

TRANSFORMATION OF VECTOR ERROR TO ERROR OF LATERAL DEVIATION

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЕКТОРИАЛЬНОЙ ПОГРЕШНОСТИ В ПОГРЕШНОСТЬ БОКОВОГО ОТКЛОНЕНИЯ

I.I. Vorohobin, *PhD associate professor*, **V.V. Severin**, *PhD student*

И.И. Ворохобин, *к.т.н., доцент*, **В. В. Северин**, *аспирант*,

National University «Odessa Maritime Academy», Ukraine

Национальный университет «Одесская морская академия», Украина

ABSTRACT

In the case of distributing random error terms of the navigation measurings by the law of Gauss the method of transforming the system of two dependent errors in the system of independent errors by the ortogonal matrix of transformation is offered by calculating the angle of turn, inverting the second mixed moment in a zero.

In order to keep to the law procedure of achieving closeness of distributing error of lateral deviation from the closeness of probability distribution of position vector error is offered.

Key words: navigation accident rate, system of dependent and independent random error terms, closeness of distributing.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами

Одной из наиболее актуальных является проблема обеспечения безопасности судовождения в стесненных районах плавания, для которых характерно наличие навигационных опасностей в виде мелей, навигационного ограждения и т. п.

Решению этой проблемы способствует снижение числа аварий, возникающих по причине посадок судов на мель и навалов на причал, чего возможно достичь, во-первых, повышением точности определения места судна. Во-вторых, это достигается анализом математической модели формирования вероятности безаварийного плавания судна по выбранному маршруту, который позволяет выявить существенные факторы и предупредить их отрицательное влияние на безопасность процесса судовождения.

Анализ последних достижений и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Вопросы по оценке надежности судовождения в случае, когда судно следовало мимо выделяющихся (точечных) навигационных опасностей и в

узкости впервые рассматривались в работах [1] и [2], а работа [3] посвящена обоснованию критерия навигационной безопасности.

В работе [4] рассмотрены два подхода к оценке вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе и показана их эквивалентность, а количественная оценка навигационной безопасности поворота судна в стесненных условиях плавания, выраженная в вероятностной мере, предложена в работе [5]. Работа [6] посвящена разработке алгоритма формирования оптимальной системы навигационного оборудования стесненного района, в котором в качестве критерия оптимальности выбрана априорная вероятность безопасного плавания, а влияние структуры радиолокационной системы обращенного типа на величину критерия точности рассмотрено в работе [7]. Разработке процедуры оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных водах посвящены работы [8, 9].

Формулировка целей статьи (постановка задачи)

Целью статьи является рассмотрение процедуры преобразования двумерной позиционной погрешности в одномерную погрешность бокового отклонения судна от программной траектории движения.

Изложение основного материала исследования с обоснованием полученных научных результатов

Одной из причин навигационной аварийности судов в процессе судовождения являются посадки на мель и навалы, возникающие из-за позиционных погрешностей.

В работе [8] рассмотрена процедура оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных условиях по выбранному маршруту и показано, что вероятность зависит от основных существенных факторов: характеристики стесненности допустимой области плавания; характеристик точности, обеспечиваемой системой навигационного оборудования, выражающихся в параметрах плотности двумерного распределения векториальной позиционной погрешности; выбора программной траектории в допустимой области плавания и длины программной траектории.

В работе [4] показано, что для оценки вероятности безаварийного плавания судна по выбранному маршруту целесообразно применение математической модели с одномерной плотностью распределения бокового отклонения судна от программной траектории движения. Однако векториальная позиционная погрешность характеризуется двумерной плотностью распределения. Следовательно, следует найти выражение одномерной плотности $f_b(z)$ бокового отклонения z при заданной двумерной плотности распределения вероятностей позиционной траекторной погрешности $f(x, y)$. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

В общем случае двумерная плотность распределения Гаусса для центрированных составляющих векториальной погрешности имеет вид [11]:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left[-\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} + 2\frac{xy}{\sigma_{xy}}\right)\right],$$

где σ_x и σ_y - средние квадратические отклонения векториальной погрешности соответственно по осям x и y , причем:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}, \quad \sigma_y = \sqrt{D_y} \quad \text{и} \quad \sigma_{xy} = \sqrt{D_{xy}}.$$

Ковариационная матрица $K(x, y)_{\min}$ векториальной погрешности выражается через центральные и смешанные моменты второго порядка следующим образом [11]:

$$K(x, y)_{\min} = \begin{vmatrix} D_x & D_{xy} \\ D_{yx} & D_y \end{vmatrix},$$

Для исключения недиагонального элемента D_{xy} ковариационной матрицы $K(x, y)_{\min}$ при известных элементах D_x , D_y и D_{xy} , необходимо рассчитать угол поворота γ , который определяется условием [10]:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2D_{xy}}{D_x - D_y}.$$

При повороте на этот угол изменяются значения дисперсий D_x и D_y , характеризующие диагональную ковариационную матрицу, которую обозначим $K(x, y)_{\min 1}$, а новые значения дисперсий обозначены D_{x1} и D_{y1} , т.е.:

$$K(x, y)_{\min 1} = \begin{vmatrix} D_{x1} & 0 \\ 0 & D_{y1} \end{vmatrix}.$$

Матрицу $K(x, y)_{\min 1}$ и, следовательно, ее элементы D_{x1} и D_{y1} находятся с помощью соотношения [10]:

$$K(x, y)_{\min 1} = GK(x, y)_{\min} G^T,$$

где G – матрица преобразования, элементы которой, как показано в [10], определяются следующими формулами:

$$g_{11} = g_{22} = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(D_x - D_y)}{\sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}} \right] \right\}^{1/2},$$

$$g_{21} = -g_{12} = \left\{ \frac{1}{2} \left[1 - \frac{(D_x - D_y)}{\sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}} \right] \right\}^{1/2}.$$

Новые значения дисперсий рассчитываются по формулам:

$$D_{x1} = \frac{1}{2} [D_x + D_y + \sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}];$$

$$D_{y1} = \frac{1}{2} [D_x + D_y - \sqrt{4D_{xy}^2 + (D_x - D_y)^2}].$$

После указанных преобразований выражение двумерной плотности $f(x, y)$, учитывая, что для нормального распределения некоррелированность случайных величин означает их независимость, принимает следующий вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{x1}\sigma_{y1}} \exp\left[-\left(\frac{x^2}{\sigma_{x1}^2} + \frac{y^2}{\sigma_{y1}^2}\right)\right].$$

Таким образом, двумерная плотность $f(x, y)$ при нормальном законе распределения может быть представлена системой независимых составляющих x и y , второй смешанных момент которых равен нулю, а ковариационная матрица содержит дисперсии σ_{x1}^2 и σ_{y1}^2 .

Следуя работе [12], рассмотрим связь плотности погрешности бокового отклонения и с двумерной плотностью. На рис. показана зависимость бокового отклонения z от составляющих x и y векториальной позиционной погрешности, а также курса судна K . Из рис. следует:

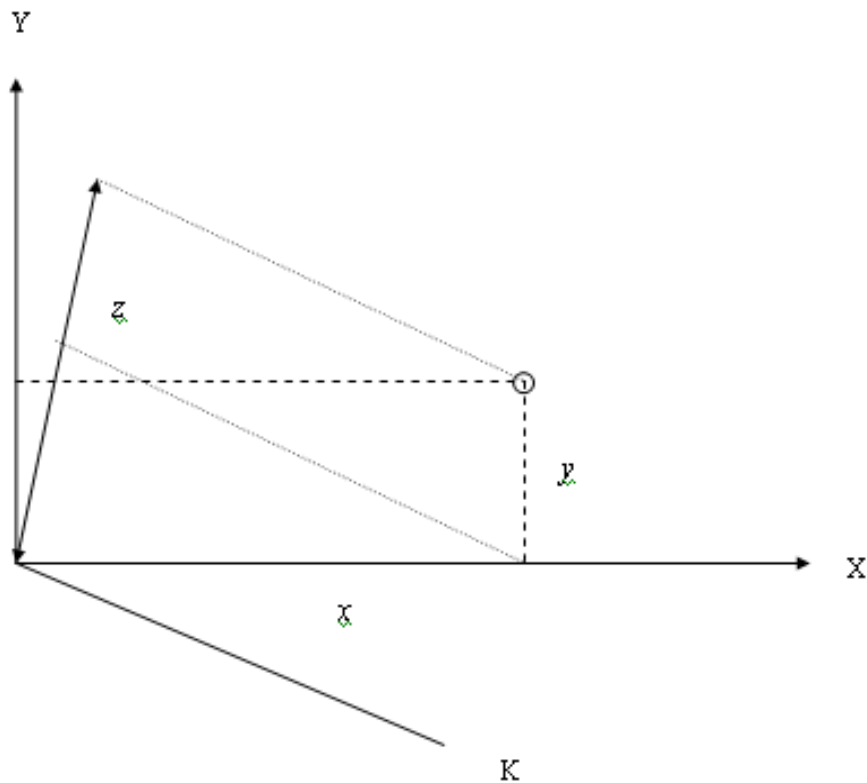


Рис. Зависимость бокового отклонения z от составляющих x и y

$$z = x \sin\left(K - \frac{\pi}{2}\right) + y \cos\left(K - \frac{\pi}{2}\right), \text{ или}$$

$$z = y \sin K - x \cos K.$$

В этом случае боковое отклонение z также будет подчиняться нормальному закону с параметрами [11]:

$$m_z = m_y \sin K - m_x \cos K,$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_{x1}^2 \cos^2 K + \sigma_{y1}^2 \sin^2 K,$$

где m_z и σ_z^2 - соответственно математическое ожидание и дисперсия бокового отклонения;

m_x и m_y - математические ожидания составляющих x и y векториальной погрешности.

Поэтому:

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \exp\left[-\frac{(z - m_z)^2}{2\sigma_z^2}\right], \text{ или}$$

$$f_b(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{x1}^2 \cos^2 K + \sigma_{y1}^2 \sin^2 K)}} \exp\left\{-\frac{[z - (m_y \sin K - m_x \cos K)]^2}{2(\sigma_{x1}^2 \cos^2 K + \sigma_{y1}^2 \sin^2 K)}\right\}.$$

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению

Таким образом, в случае распределения случайных величин по закону Гаусса рассмотрена процедура замены системы двух зависимых величин системой независимых величин с помощью ортогональной матрицы. Также предложено преобразование двумерной плотности распределения вероятностей позиционной векториальной погрешности в одномерную плотность погрешности бокового отклонения.

В дальнейшем целесообразно рассмотреть погрешности, возникающие по причине влияния других факторов и влияющие на безопасность судовождения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / В.Т. Кондрашихин - М.: Транспорт, 1989. - 230с.
2. Груздев Н.М. Оценка точности морского судовождения / Н.М. Груздев - М.: Транспорт, 1989. - 192 с.
3. Мельник Е.Ф. Обоснование выбора критерия навигационной безопасности судовождения/ Е.Ф. Мельник // Судовождение. - 2002. - № 5. - С. 65-73.
4. Ворохобин И.И. Эквивалентность оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненном районе / И. И. Ворохобин., В. В. Северин,

- Ю. В. Казак // Судовождение: Сб. научн. трудов./ ОНМА, Вып. 25. – Одесса: «ИздатИнформ», 2015 - С. 47-55.
5. Чапчай Е.П. Количественная оценка навигационной безопасности поворота судна в стесненных условиях плавания/ Е.П. Чапчай // Судовождение. – 2005. - № 10. – С. 148 – 152.
 6. Алексишин В.Г. Общий алгоритм формирования оптимальной системы навигационного оборудования стесненного района/ В.Г. Алексишин // Судовождение. – 2004. - № 8. – С. 3 -11.
 7. Бузовский Д.А. Зависимость точностного критерия радиолокационной системы обращенного типа от ее структуры / Д.А. Бузовский // Судовождение. – 2006. - № 11. – С. 14 – 19.
 8. Ворохобин И.И. Процедура оценки вероятности безаварийного плавания судна в стесненных водах/ И.И. Ворохобин., В.В. Северин. // Проблемы техники: Научно-виробничий журнал. - 2014.- № 4 . - С. 119 - 126.
 9. Ворохобин И.И. Количественная оценка безопасности судовождения / И.И. Ворохобин, В.В. Северин, Ю.В. Казак // Автоматизация судовых технических средств: науч. - техн. сб. – 2015. – Вып. 21. Одесса: ОНМА. - С. 34-39.
 10. Корн Г. Справочник по математике/ Г. Корн, Т.Корн - М.: Наука, 1984. - 832 с.
 11. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель - М.: Наука, 1969. - 576 с.
 12. Ворохобин И.И. Выражение плотности бокового отклонения судна от программной траектории движения при нормальном законе распределения /И.И. Ворохобин, В.В. Северин // Судовождение: Сб. научн. трудов./ НУ «ОМА», Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 56-59.