

VERIFICATION OF STATISTICAL HYPOTHESES OF DISTRIBUTING OF ERRORS OF MEASURING OF BEARING AND DISTANCE

ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ПЕЛЕНГА И ДИСТАНЦИИ

I. Yu. Fusar, PhD student

И. Ю. Фусар, аспирант

National University «Odessa Maritime Academy», Ukraine

Национальный университет «Одесская морская академия», Украина

ABSTRACT

It is indicated, that in last ten years the conducted model supervisions set the fact of distributing of errors of the navigation measuring not only on a normal law and laws with the "made heavier tails" were offered, that caused the necessity of verification of hypothesis about possibility of distributing of error of measuring on alternative laws by experimental information.

It is shown that during the trip of ship the model supervisions were conducted, the results of which are resulted in the article. With the purpose of verification of possibility of application of alternative laws for description of distributing of errors of measuring of navigation parameters the model supervisions were conducted in the real external environments. For forming of initial selections of errors of measuring of navigation parameters the series of measuring of navigation parameters were produced by an amount more than 100 measuring. Measuring of navigation parameters were produced on the stand of ship, thus by radar distance and bearing on an immobile reference point was measured.

During a trip 4 series of measuring of navigation parameters were got, each of which in an aggregate represented the selection of errors. It is shown that dispersion and fourth central moment of errors settled accounts for every selection.

On every selection a histogram was built and verification of statistical hypotheses is produced, which the degree of consent of statistical material of selection with orthogonal decomposition of closeness of probability distribution of errors of measuring with one member was determined in the process of.

The expected values are represented criterion of the Pyrson consent for each of four selections. It is set that the got values of criterion of the Pyrson consent confirm legitimacy of the use of orthogonal decomposition of closeness of distributing of errors of measuring with one member.

Keywords: verification of static hypotheses, orthogonal decomposition of closeness, criterion of the Pyrson consent.

РЕФЕРАТ

Вказано, що в останні десятки років проведеними натурними спостереженнями був встановлений факт розподілу похибок навігаційних вимірювань не тільки по нормальному закону і були запропоновані закони з "хвостами, що "обважнюють, чим викликана необхідність перевірки гіпотези про можливість розподілу погрішності вимірювань по альтернативних законах за допомогою експериментальних даних.

Показано, що під час рейсу судна були проведені натурні спостереження, результати яких приведені в статті. З метою перевірки можливості застосування альтернативних законів для опису розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів в реальних умовах експлуатації були проведені натурні спостереження. Для формування початкових вибірок похибок вимірювання навігаційних параметрів проводилися серії вимірювання навігаційних параметрів кількістю більше 100 вимірювань. Вимірювання навігаційних параметрів проводилися на стоянці судна, причому за допомогою РЛС вимірювалися дистанція і пеленг на нерухомий орієнтир.

Протягом рейсу були одержані 4 серії вимірювань навігаційних параметрів, кожна з яких в сукупності представляла вибірку похибок. Показано, що для кожної вибірки розраховувалися дисперсія і четвертий центральний момент похибок.

По кожній вибірці була побудована гістограма і проведена перевірка статистичних гіпотез, в процесі якої визначався ступінь згоди статистичного матеріалу вибірки з ортогональним розкладанням щільності розподілу вірогідності похибок вимірювання з одним членом.

Представлені розраховані значення критерій згоди Пірсона для кожної з чотирьох вибірок. Встановлено, що набуті значення критерію згоди Пірсона підтверджують правомірність використання ортогонального розкладання щільності розподілу похибок вимірювання з одним членом.

Ключові слова: перевірка статичних гіпотез, ортогональне розкладання щільності, критерій згоди Пірсона.

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными или практическими задачами

В последние десятки лет проведенными натурными наблюдениями было установлено, что погрешности навигационных измерений могут быть распределенные не только по нормальному закону и теоретически были предложены законы с "утяжеленными хвостами", что вызывает необходимость проверки гипотезы о возможности распределения погрешности измерений по альтернативным законам.

Поэтому во время рейса судна были проведены натурные наблюдения, результаты которых приведены в данной статье.

Анализ последних достижений и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы

Вопросы повышения точности определения места судна освещены во многих работах отечественных и зарубежных ученых. В работах [1, 2] рассматриваются вопросы законов распределения вероятностей погрешностей навигационной измерений исходной выборки, которая является смесью частных выборок нормально распределенных погрешностей с разной дисперсией. Предложена процедура оценки эффективности обсервованных координат судна с учетом смешанных распределений погрешностей исходной выборки.

В работе [3] представлены результаты анализа статистических материалов точности определения места судна с помощью приёмника спутниковой радионавигационной системы, которые показали, что предположение о распределении случайных погрешностей определения широты и долготы по закону Гаусса не является корректным и требует альтернативного подхода.

Анализ выборок случайных погрешностей измерений навигационных параметров произведен в работе [4] и показано, что наибольшее согласие статистического материала с теоретическим распределением достигается для законов, отличающихся от нормального закона.

Анализ статистических данных погрешностей навигационных измерений представлен в работах [5,6], который показал, что погрешности навигационных измерений, полученные в натурных наблюдениях, не подчиняются нормальному закону распределения.

В работах [7, 8] показано, что применение метода наименьших квадратов для расчета обсервованных координат судна не обеспечивает возможности получения их эффективных оценок. Поэтому для получения эффективных оценок обсервованных координат судна следует использовать метод максимального правдоподобия, учитывающий действительный закон распределения погрешностей.

Формулирование целей статьи (постановка задачи)

Целью статьи является анализ возможности применения ортогонального разложения плотности распределения погрешностей измерения для идентификации гистограммы их выборки, полученной в натурных наблюдениях.

Изложение материала исследования с обоснованием полученных научных результатов

С целью проверки возможности применения альтернативных законов для описания распределения погрешностей измерения навигационных параметров в реальных условиях эксплуатации были проведены натурные наблюдения. Для формирования исходных выборок погрешностей измерения навигационных параметров производились серии измерения навигационных параметров количеством более 100 измерений. Измерения навигационных параметров

производились на стоянке судна, причем с помощью РЛС измерялись дистанция и пеленг на неподвижный ориентир. Последовательность измерений была следующей: вначале измерялись пеленг и дистанция до ориентира, записывались их значения, а затем отсчеты РЛС сбивались. Таким образом, в течение рейса были получены 4 серии измерений навигационных параметров, каждая из которых в совокупности представляла выборку погрешностей. Стандартной процедурой [9] рассчитывались дисперсия и четвертый центральный момент погрешности каждой выборки. Характеристики каждой из четырех выборок приведены в табл. 1.

Таблица 1. Характеристики выборок

Навигационный параметр	Число измерений	Среднее значение	Дисперсия D	С. к. о. σ
пеленг	210	217,41°	0,222	0,47° = 28,3'
дистанция	210	0.3378 миль	19,7	4,44 м
пеленг	250	122,21°	0,246	0,496° = 29,76'
дистанция	250	0.1206 миль	5,68	2,38 м

В дальнейшем по каждой выборке строилась гистограмма и производилась проверка статистических гипотез [9], в процессе которой определяется степень согласия статистического материала выборки с теоретическими законами распределения случайных величин. В качестве таких законов распределения были выбраны смешанные законы первого и второго типа, аналитический вид которых приведен в табл. 2.

В приведенной таблице через n обозначен существенный параметр смешанных законов распределения.

Для каждой выборки рассчитаны значения критерия согласия χ^2 – Пирсона с рассмотренными законами распределения вероятностей погрешностей, и в качестве закона распределения выбирается тот, критерий согласия χ^2 – Пирсона которого имеет минимальное значение.

Таблица 2. Альтернативные законы распределения вероятностей погрешностей

Закон распределения	Аналитические выражения плотности
Смешанный 1-го типа $n=1$	$\frac{3}{2\alpha^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi} (x^2/2 + \alpha)^2}$
Смешанный 1-го типа $n=2$	$\frac{5}{8\alpha^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi} 3 (x^2/2 + \alpha)^3}$
Смешанный 1-го типа $n=3$	$\frac{7}{48\alpha^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi} 15 (x^2/2 + \alpha)^4}$

Смешанный 1-го типа n=4	$\frac{384\alpha^{\frac{9}{2}}}{\sqrt{2\pi}105} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^5}$
Смешанный 1-го типа n=5	$\frac{3840\alpha^{\frac{11}{2}}}{\sqrt{2\pi}945} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^6}$
Смешанный 1-го типа n=6	$\frac{46080\alpha^{\frac{13}{2}}}{\sqrt{2\pi}10395} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^7}$
Смешанный 2-го типа n=1	$\frac{3\alpha^2}{\sqrt{24}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{5/2}}$
Смешанный 2-го типа n=2	$\frac{15\alpha^3}{\sqrt{216}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{7/2}}$
Смешанный 2-го типа n=3	$\frac{105\alpha^4}{\sqrt{296}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{9/2}}$
Смешанный 2-го типа n=4	$\frac{945\alpha^5}{\sqrt{2768}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{11/2}}$
Смешанный 2-го типа n=5	$\frac{10395\alpha^6}{\sqrt{27680}} \frac{1}{(x^2/2 + \alpha)^{13/2}}$

Итоговые результаты проверки гипотез по смешанным законам четырех выборок приведены в табл. 3.

Таблица 3. Итоговые результаты проверки гипотез по смешанным законам

№ выборки	Навигац. параметр	Колич. членов	Закон распредел.	χ^2	Длительн. наблюден.
1	пеленг	210	1-го типа n=2	0,011	1 сутки
2	дистанция	210	2-го типа n=2	0,010	1 сутки
3	пеленг	250	2-го типа n=3	0,0088	2 суток
4	дистанция	250	1-го типа n=4	0,0088	2 суток

Погрешности измерения пеленга и дистанции на интервале времени сутки и более подчинены смешанным законам распределения, степень отличия которых от нормального закона пропорциональна интервалу времени измерения серии значений навигационного параметра.

В качестве теоретического распределения погрешностей измерения рассматривалось также и ортогональное разложение плотности распределения

вероятностей погрешностей измерения с одним членом, которое имеет следующий вид:

$$f(y) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-y^2/2) [1 + (\mu_4 - 3)(y^4 - 6y^2 + 3)/24], \quad (1)$$

где $y = x/\sigma$, σ^2 и μ_4 - соответственно дисперсия и четвертый центральный момент исходной выборки.

Для четырех выборок рассчитывался критерий согласия χ^2 - Пирсона, значения которого приведено в табл. 3.

Таблица 3. Итоговые результаты проверки гипотез по ортогональному разложению

N выборки	Навигационный параметр	Количество членов	χ^2	Длительность наблюдений
1	пеленг	210	0,013	1 сутки
2	дистанция	210	0,010	1 сутки
5	пеленг	250	0,018	2 суток
4	дистанция	250	0,0091	2 суток

Полученные значения критерия согласия χ^2 - Пирсона для ортогонального разложения очень близки к значениям критерия согласия χ^2 - Пирсона для смешанных законов, чем подтверждается правомерность использования ортогонального разложения плотности распределения погрешности измерения с одним членом.

На рис. 1 показаны гистограмма второй выборки и кривая ортогонального разложения плотности распределения погрешностей навигационных измерений.

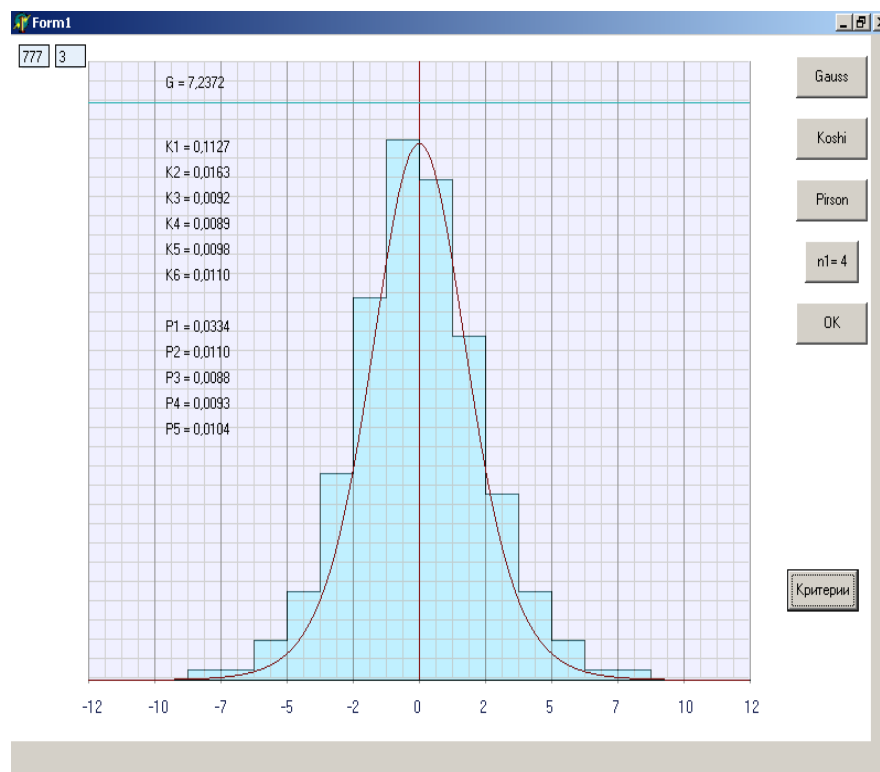


Рис. 1. Гистограмма второй выборки

Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению.

Таким образом, ортогональное разложение плотности распределения погрешности измерения с одним членом целесообразно применять в качестве стохастической характеристики погрешности навигационных измерений.

В дальнейшем представляет интерес рассмотреть применение метода максимального правдоподобия для определения эффективных обсервованных координат судна в случае использования ортогонального разложения плотности распределения погрешностей навигационных измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астайкин Д.В. Оценка точности позиции судна при наличии случайных погрешностей навигационных измерений / Астайкин Д.В. // Проблемы техники: Науково-виробничий журнал. - 2014. № 4. – С. 147 - 152.
2. Астайкин Д.В. Аналитическое выражение функции распределения случайных величин смешанных законов/ Астайкин Д.В. // Водный транспорт. – 2014. №2 (20).– С. 6 – 11.
3. Monteiro Luis. What is the accuracy of DGPS? / Sardinia Monteiro Luis, Moore Terry, Hill Chris. // J. Navig. 2005. 58, № 2, p. 207 - 225.
4. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.- № 3. – P. 426 - 429.
5. Мельник Е.Ф. Приближенное описание смешанных распределений погрешностей навигационных измерений / Мельник Е.Ф. // Автоматизация судовых технических средств: науч. –техн. сб. – 2002. – Вып. 7.- Одесса: ОГМА. – С. 96 – 100.
6. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / Кондрашихин В.Т. - М.: Транспорт, 1989. - 230 с.
7. Мудров В.М. Методы обработки измерений / Мудров В.М., Кушко В.Л. - М.: Советское радио, 1976. 192 с.
8. Степаненко В.В. Эффективность оценки параметров ситуации опасного сближения судов / Степаненко В.В. // Судовождение: Сб. науч. трудов / ОГМА. – Вып. 2 – Одесса: Латстар, 2000. – С. 201 – 209.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей/ Е.С. Вентцель – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. - 564 с.