**УДК 629.123.03** **DOI: 10.31653/2306-5761.32.2021.34-45**

# DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR MASTERING A BAY PLAN PROBLEM TAKING INTO ACCOUNT THE SEQUENCE OF CONTAINER LOADING

# РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАЧИ БЕЙ-ПЛАНА С УЧЕТОМ ОЧЕРЕДНОСТИ ЗАГРУЗКИ КОНТЕЙНЕРОВ

**K. Kamieniev,** *navigator,* **A. Kamienieva,** *assistant professor,* **M. Tsymbal,** *professor*

**К. І. Камєнєв,** *ш.д.п.,* **А.В. Камєнєва,** *доцент, к.т.н.,* **М. М. Цимбал,** *професор, д.т.н.*

**К. И. Каменев**, *ш.д.п.,* **А.В. Каменева**, *доцент, к.т.н.,* **Н. Н. Цымбал**, *профессор, д.т.н.*

*National University «Odessa Maritime Academy», Ukraine*

*Національний університет «Одеська морська академія», Україна*

*Национальный университет «Одесская морская академия», Украина*

## ABSTRACT

*Compiling a load plan for a containership, which incorporates the maximum number of factors which requires restrictions on placement, consideration of the structural constraints for containers/ a vessel, segregation rules for dangerous cargoes and container loading sequency in respect of a discharge port.*

*The proposed approach for solving the task on automation of a load plan compilation aboard a containership implies dividing the task into two stages. At the first stage, one calculates the permissible arrangement of containers taking into consideration the structural limitations, container loading sequence, compatibility of dangerous cargoes, at the second stage – one calculates safety parameters (stability, operating life, etc.).*

*This paper proposes a Boolean mathematical model of integer linear programming, which takes into consideration the structural features of containers, of a vessel, rules for stowage of hazardous cargoes according to the International Maritime Dangerous Cargoes Code, as well as container loading sequence (sequence of loading containers depending on the port of unloading), as well as a modified additive algorithm for solving a problem on compiling a load plan for a containership.*

*Boolean programming methodology is applied to the problem. The usage simplifies calculations as all variables can only have two values: "0" or "1". To validate the mathematical model, we have chosen a classic algorithm that relies on the ideas from the general method of branches and boundaries. Its calculations are limited to operations of addition and subtraction. The main idea consists of a systematic enumeration of possible candidate solutions, but the enumeration procedure allows to eliminate the solutions which are not proved to be optimal. Taken into account that this mathematical model on loading a containership has a specific form, this algorithmhas been complemented with tests, which make it possible to reject some solutions without direct checking.*

*The paper gives an example of solving the problem on placing cargoes in the hold, which was obtained through the modified additive algorithm.*

**Keywords***:* containerships, load plan, Boolean mathematical model, container loading sequence, dangerous cargoes, additive algorithm.

## РЕФЕРАТ

*Складання плану завантаження для контейнерного судна, який враховує максимальну кількість факторів, вимагає враховувати обмеження на розміщення контейнерів, структурні обмеження для контейнерів та судна, правила сегрегації у випадках небезпечних вантажів, а* *також послідовність завантаження контейнерів залежно від порту розвантаження.*

*Запропонований підхід до вирішення задачі щодо автоматизації складання плану завантаження контейнеровоза передбачає поділ завдання на два етапи. На першому етапі розраховується допустиме розташування контейнерів з урахуванням конструктивних обмежень, послідовності завантаження контейнерів, сумісності небезпечних вантажів, на другому - розраховуються параметри безпеки (стійкість, довговічність тощо).*

*У статті пропонується булева математична модель цілочисельного лінійного програмування, яка враховує структурні особливості контейнерів, судна, правила розміщення небезпечних вантажів згідно з Міжнародним морським кодексом небезпечних вантажів, а також облік послідовності завантаження контейнерів залежно від порту розвантаження, а також змінений адитивний алгоритм для вирішення проблеми складання плану завантаження для контейнерного судна.*

*Проблема роз'вязується методами логічного програмування. Для перевірки математичної моделі вибрано класичний алгоритм, який спирається на ідеї загального методу гілок та меж. Його обчислення обмежені операціями додавання і віднімання. Основна ідея полягає в систематичному перерахуванні можливих рішень-кандидатів, але процедура перерахування дозволяє усунути рішення, які вона може довести, що не є оптимальними. Враховуючи, що отримана математична модель для задачі завантаження контейнерного судна має певний вид, цей алгоритм доповнюється тестами, які дають можливість відхилити деякі рішення без прямої перевірки.*

*У статті наведено приклад вирішення проблеми розміщення вантажів у трюмі, який отримано за допомогою модифікованого адитивного алгоритму.*

**Ключові слова**: контейнерні судна, план завантаження, булева математична модель, послідовність завантаження контейнерів, небезпечні вантажі, аддитивний алгоритм.

**Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными и практическими задачами**

Текущая пандемия заставила судоходные компании применять политику сокращения расходов, включая уменьшение объемов перевозок, приостановление услуг, перенаправление судов и тому подобное. Постоянный рост размера контейнерных судов [11] и экономические меры, которые принимают компании из-за пандемии, затрудняют составление грузового плана. Такие меры также предполагают оптимизацию подготовки грузового плана.

Предварительное составление грузового плана для контейнерного судна требует учета большого количества параметров. Также необходимо уделять внимание очередности загрузки контейнеров.

Проблема распределения контейнеров на борту называется основной проблемой бей-плана (Master bay plan problem – MBPP), и в настоящее время является актуальной и часто рассматриваемой темой.

**Анализ последних исследований и публикаций, в которых начато решение данной проблемы и выделение нерешенных ранее частей общей проблемы**

Детальное описание основной проблемы бей плана приведено Даниелой Амброзини в статье «Stowing a containership: The master bay plan problem» [3]. Она заключается в определении расположения контейнеров различных типов в ограниченном грузовом пространстве контейнерного судна при учете структурных и операционных ограничений как контейнеров, так и самого судна.

Для решения данной задачи используются различные подходы.

В статье «Stowing a containership: the master bay plan problem» [3] приводится упрощенная модель линейного программирования. В этой работе учитывается очередность погрузки контейнеров в зависимости от порта выгрузки, но не рассматриваются правила размещения опасных грузов, также как и в работе [15].

В статье [7] авторы предлагают целочисленную модель для Master Bay Planning, учитывающую правила сегрегации для контейнеров с опасными грузами, но не предлагается алгоритм решения.

В работе [10] представлена булева модель целочисленного программирования для задачи определения положения контейнеров на борту судна. Однако при составлении математической модели предполагалось, что все контейнеры имеют одинаковый размер.

В статье [5] используется частный случай метода ветвей и границ для определения положения контейнеров в бее с учетом ограничений, предъявляемых к контейнерам с опасными грузами, однако не учитывается очередность погрузки контейнеров.

В работе [17] используется эвристический алгоритм. В статье [3] рассматривается алгоритм погрузки, используя метод ветвей и границ. Но в данной статье рассматриваются лишь отдельные ограничения, на что указано самими авторами.

Статья [16] посвящена укладке контейнеровозов река-море. Модель объединяет ограничения, которые отражают реальное функционирование терминала и удовлетворяют заданным структурным и эксплуатационным ограничениям, связанным как с судном, так и с контейнерами. Модель разработана для контейнеровозов река-море и не учитывает весь спектр ограничений.

В работе [1] сравниваются различные эвристические методы для задачи определения размещения контейнеров, так называемой проблемы бей-плана. Однако предполагается, что судно изначально пустое.

Публикация [21] посвящена отражению укладки генеральных грузов в трюмах.

Статья [19] рассматривает имитационное моделирование загрузки контейнеровоза.

Работа [20] посвящена загрузке контейнерных судов с учетом ротации портов, а [18] – безопасной загрузке, которая будет удовлетворять всем требованиям мореходности.

В статье [12] судно рассматривается как 3-D корзина, а загрузка делится на три этапа, при этом требования по опасным или рефрижераторным контейнерам не проверяются. При этом авторы пытаются обеспечить быстрейшую загрузку/выгрузку контейнеров посредством распределения контейнеров таким образом, чтобы их можно было параллельно выгружать несколькими кранами.

В статье [6] авторами была получена булева математическая модель, которая обеспечивает следующее:

1. Все необходимые контейнеры загружаются с учетом их видов и типов грузов.

2. Никакие два контейнера не занимают одно и то же место.

3. FEU (forty-foot equivalent unit) контейнеры занимают два TEU (twenty-foot equivalent unit) слоты в грузовом пространстве.

4. TEU контейнеры нельзя загружать на FEU контейнеры.

5. FEU контейнеры нельзя загружать поверх двух стеков TEU разной высоты.

6. Как TEU, так и FEU контейнеры, могут быть размещены только над другими контейнерами, или на палубе судна; они не могут парить в воздухе.

7. Размещение контейнеров, содержащих опасные грузы, удовлетворяет Кодексу IMDG (International maritime dangerous goods code) [4] национальному законодательству [9].

Однако в математической модели [6] не учитывались порты назначения грузов.

Таким образом, из-за сложности проблемы применяются различные подходы для решения задачи автоматизации погрузки контейнерных судов.

В математических моделях допускаются различные упрощающие предположения, которые делают рассматриваемые модели применимыми только в отдельных случаях. При этом в представленных моделях не учитываются все факторы, учет которых необходим для безопасной и сохранной перевозки грузов. По этим причинам разработка математической модели для составления грузового плана контейнерного судна не является решенной задачей и требует более подробного изучения.

**Формулировка целей статьи (постановка задачи)**

Задача заключалась в том, чтобы модифицировать разработанную ранее авторами математическую модель [6] с учетом нескольких портов выгрузки.

Также для дальнейшего использования полученной модели ее необходимо проверить с помощью точного метода: провести численный эксперимент с «жесткими» ограничениями, которые позволяют различные виды контейнеров расположить в крайне ограниченном количестве позиций.

**Изложение материала исследования с полным обоснованием полученных научных результатов**

*1. Математическая модель для основной задачи бей-плана с учетом очередности загрузки контйнеров*

Обычно грузовой план контейнерного судна составляется по беям, в которых могут содержаться TEU или FEU.

Обозначим через $x_{tcijkp}$ контейнер размера $t$ (0 = TEU, 1 = FEU) с грузом класса IMDG $c$ ($c = 0,1, \dots ,17$; c = 0 – неопасный груз) в позиции $(i, j, k)$, следующий в порт $p$ ($p = 1, 2, \dots$ ) (рис. 1).

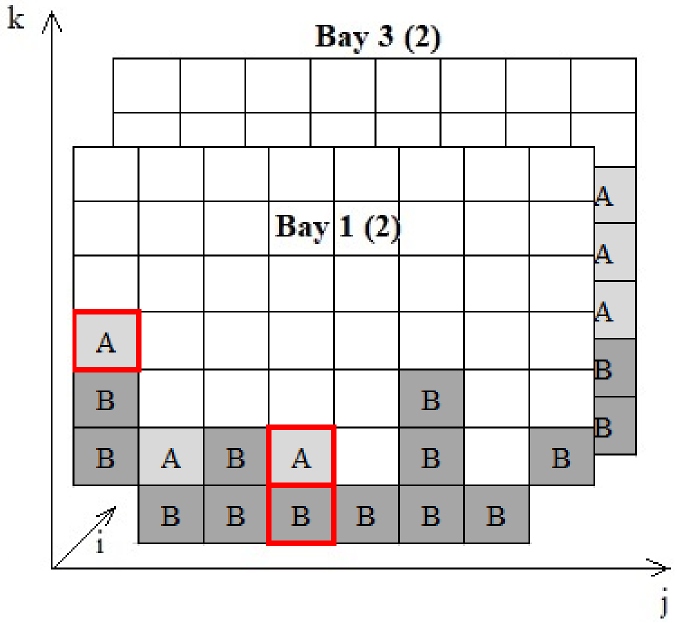



*Рис. 1. Координаты* $i, j, k$

Координата $i$ отвечает за порядковый номер бея, начиная с носа; координаты $j$ и $k$ – за расположение контейнера в соответствующем бее (рис. 1).

Таким образом, $x_{tcijkp} = 1$, если контейнер размера с грузом класса $c$ находится в позиции $(i, j, k)$ и следует в порт $p$, $x_{tcijkp} = 0$ в противном случае.

Пусть нужно погрузить на судно $n_{0p}^{c}$ TEU и $2n_{1p}^{c}$ FEU для каждого класса опасных грузов $c$ и порта $p$:

$$-\left(\sum_{i}\sum_{j}\sum_{k} x_{tcijkp}\right) \le (-1-t)n_{tp}^{c}, \qquad \forall\, \mathrm{t, c, p}; \tag{1}$$

$i \in [0..i_{max}]$, где $i_{max}+1$ – общее количество беев в TEU;

$j \in [0..j_{max}]$, где $j_{max}+1$– максимальное количество контейнеров по $j$;

$k \in [0..k_{max}]$, где $k_{max}+1$– максимальное количество контейнеров по $k$.

FEU занимают 2 TEU позиции (по $i$). Таким образом, если $x_{1ci'jkp}=1$, то $x_{1c(i'+1)jkp}=1$, и наоборот, где $i' \in i$ – номера беев под FEU. Стандартный вид этого ограничения для задачи оптимизации:

$$\left|x_{1ci'jkp} - x_{1c(i'+1)\mathrm{j}kp}\right| \le 0, \qquad \forall\, \mathrm{c, i', j, k, p}; \tag{2}$$

В одной позиции трюма может находиться TEU, FEU, или она может быть пустой. Т.е. если $x_{0cijkp}=1$, то $x_{1cijkp}=0$, и наоборот:

$$\sum_{t}\sum_{c}\sum_{p}(x_{tc\mathrm{ij}kp}) \le 1, \qquad \forall\, \mathrm{i, j, k}; \tag{3}$$

Контейнеры могут находиться на палубе, крышке, или один поверх другого, они не могут парить в воздухе:

$$k * \sum_{t}\sum_{c}\sum_{p}(x_{tc\mathrm{ij}kp}) - \sum_{k^*=0}^{k-1}\sum_{t}\sum_{c}\sum_{p} x_{tc\mathrm{ij}k^*p} \le 0 \qquad \forall\, \mathrm{i, j, k} > 0; \tag{4}$$

Конструкция контейнеров позволяет ставить FEU поверх TEU, но не позволяет ставить TEU поверх FEU. Таким образом, если $x_{1cijkp}=1$, то $\sum_c\sum_p\sum_{k^*>k}(x_{0cijk^*p})=0$. Откуда:

$$2M\sum_{c}\sum_{p} x_{1cijkp} + \sum_{c}\sum_{p}\sum_{k^*>k}(x_{0cijk^*p}) \le 2M, \qquad \forall\, \mathrm{i, j, k}; \tag{5}$$

Здесь М – наибольшее количество контейнеров, которое может находиться в одном стеке.

Также нельзя грузить FEU на стеки TEU разной высоты:

$$\begin{cases} \left|\left[\sum_{c}\sum_{p}\sum_{k^*=0}^{k} x_{0ci'jk^*p}\right]_s - \left[\sum_{c}\sum_{p}\sum_{k^*=0}^{k} x_{0c(i'+1)jk^*p}\right]_s\right| \le M(1-w_s), \\ \left[\sum_{p}\sum_{c} x_{1ci'j(k+1)p} + \sum_{p}\sum_{c} x_{1c(i'+1)j(k+1)p}\right]_s \le Mw_s, \qquad \forall\, \mathrm{i', j, k}; \end{cases} \tag{6}$$

Для каждого s-го ограничения вводится дополнительная логическая переменная $w_s \in \{0; 1\}$ [13].

Требования к сегрегации опасных грузов можно представить следующим образом:

$$\sum_{i^*=i''-l_{c1c2}}^{i''+l_{c1c2}}\ \sum_{j=j''-w_{c1c2}}^{j''+w_{c1c2}}\ \sum_{k^*=k''-h_{c1c2}}^{k''+h_{c1c2}} \left(x_{t,c1,i^*j^*k^*p}\right) \le R\left(1 - x_{tc2ijkp}\right), \tag{7}$$

$\forall\, \mathrm{t, p}, c1 \ne c2, i'', j'', k''$.

Здесь $i'' \in [l_{c1c2}..i_{max} - l_{c1c2}]$, $j'' \in [w_{c1c2}..j_{max} - w_{c1c2}]$, $k'' \in [h_{c1c2}..k_{max} - h_{c1c2}]$, где $l_{c1c2}$ – требование для продольного интервала в TEU, $h_{c1c2}$ – требование для вертикального интервала, а $w_{c1c2}$ – требование для поперечного интервала между двумя контейнерами IMDG классов c1 и c2; R – максимальное количество контейнеров в зоне ограничений.

И, наконец, грузы, предназначенные для каждого порта назначения не могут находиться под грузами для следующих за ним портов:

$$M\sum_{t}\sum_{c} x_{tcijkp} + \sum_{t}\sum_{c}\sum_{k^*>k}\sum_{p^*>p} x_{tcijk^*p^*} \le M, \qquad \forall\ \mathrm{i, j, k, p.} \tag{8}$$

Здесь M – наибольшее количество контейнеров, которое может находиться в одном стеке.

*2. Метод решения задачи составления грузового плана контейнеровоза*

Рассматриваемую задачу оптимизации можно отнести к частному случаю задач целочисленного линейного программирования – булевому программированию. Использование булевых переменных упрощает вычислительные процедуры, т. к. каждая переменная принимает всего лишь 2 значения – "0" и "1". Это обстоятельство учитывается в классическом аддитивном алгоритме для решения задачи с булевыми переменными, опирающемся на идеи общего метода ветвей и границ [14].

Основная идея аддитивного алгоритма заключается в переборе $2^n$ возможных решений исходной задачи, где n – количество неизвестных. Процедура перебора осуществляется специальным образом, что позволяет отбрасывать некоторые решения без непосредственной проверки. В конечном итоге, реализация аддитивного алгоритма требует непосредственного рассмотрения только части из $2^n$ возможных решений.

На каждом шаге алгоритма определяются переменные, которым необходимо присвоить значения 1 и 0. Указанный выбор осуществляется с помощью четырех классических тестов [13, 14]:

```
public class Method
{
static public int test1(int[,] a, int[] s, int r)
{. . .}
static public int test2(int r, int[] c, int zmin, int zsol)
{. . .}
static public bool test3(int[,] a, int[] s, int[] nt)
{. . .}
static public int test4(int[,] a, int[] xnt, int[] s)
{. . .}
}
```

При реализации алгоритма многомерный массив x и вспомогательный *w* в (1) – (8) были преобразованы в одномерный массив.

В связи с тем, что математическая модель (1) – (8) для задачи загрузки контейнерного судна имеет определенный вид, описанный выше, классический аддитивный алгоритм был дополнен еще пятью тестами. Эти тесты позволяют присваивать нулевые значения неизвестным переменным без дополнительных проверок.

Это позволяет уменьшить количество переборов возможных решений исходной задачи.

Итак, на FEU контейнер невозможно поставить TEU контейнер, поэтому, если в процессе решения было получено значение переменной

$x_{1c0i0j0k0p0} = 1$, то $x_{0ci0j0kp} = 0$ для ∀k>k0, ∀c∈{0, 1,…, 17}, ∀p:

*static public void test5(int num, int[] x)*

*// x[num]=1*

*{. . .}*

Если в процессе решения было получено значение переменной

$x_{1c0i0j0k0p0} = 1$, то $x_{0ci0j0k0p} = 0$ для ∀c ∈ {0, 1,…, 17}, ∀p и $x_{1ci0j0k0p} = 0$ для ∀c ∈ {0, 1,…, 17}, c≠c0 и ∀p ≠ p0.

Аналогично, если $x_{0c0i0j0k0p0} = 1$, то $x_{0ci0j0k0p} = 0$ *t*(*c*, *i0*, *j0*, *k0*)=0 для ∀c ∈ {0, 1,…, 17}, c≠c0, ∀p ≠ p0 и $x_{1ci0j0k0p} = 1$ для ∀c∈{0, 1,…, 17}, ∀p. Это следствие утверждения, что в позиции (*i*, *j*, *k*) в трюме может находиться только один контейнер, либо она может быть пустой:

*static public void test6(int num, int[] x)*

*// x[num]=1*

*{. . .}*

Т.к. в задаче погрузки судна присутствуют требования к сегрегации опасных грузов (7), то если $x_{t0c0i0j0k0p0} = 1$ для c0≠0, то для соответствующих классов опасных грузов c1 (c1≠c0):

$x_{tc1ijkp} = 0$ для $\forall \mathrm{p}, \forall t,\ i \in [\max(0, i0 - l_{c0c1}); \min(i_{max}, i0 + l_{c0c1})]$,

$j \in [\max(0, j0 - w_{c0c1}); \min(j_{max}, j0 + w_{c0c1})]$,

$k \in [\max(0, k0 - h_{c0c1})\ ;\ \min(k_{max}, k0 + h_{c0c1})]$, где $l_{c0c1}$ – требование для продольного интервала в TEU, $h_{c0c1}$ – требование для вертикального интервала, а $w_{c0c1}$ – требование для поперечного интервала между двумя контейнерами IMDG классов c0 и c1.

Тест 7 позволяет исключить из дальнейшего рассмотрения эти переменные:

*static public void test7(int[,] a, int[] b, int[] x)*

*// danger Goods*

*{. . .}*

Любая переменная, присвоение которой значения 1 приводит к значению, большему, чем $\sum_{\mathrm{p}} \sum_{c=0}^{17} \left(n_{0\mathrm{p}}^{c} + n_{1\mathrm{p}}^{c}\right)$ должна остаться равной нулю. Тест 8 позволяет исключить из рассмотрения такие переменные:

*static public int test8(int r, int[] c, int nc)*

*{. . .}*

Так как грузы, предназначенные для каждого порта назначения не могут находиться под грузами для следующих за ним портов (8), то если в процессе решения было получено значение переменной $x_{t0c0i0j0k0p0} = 1$, то $x_{tci0j0kp} = 0$ для $\forall c, \forall t$, где ∀k>k0 и $\forall \mathrm{p} > \mathrm{p}0$:

*static public void test9(int num, int[] x)*

*// x[num]=1*

*{. . .}*

Рассматриваемый алгоритм также дополнен модулем, позволяющим задавать начальное расположение контейнеров.

*3. Пример реализации предлагаемого метода*

В качестве примера рассмотрим 40 контейнеров (5 FEU и 35 TEU), среди которых 3 FEU и 1 TEU с опасным грузом класса 4. 1, расположенные в трюме указанным на рис. 2 образом. 26 контейнеров следуют в порт B (24 – TEU, 2 – FEU), 14 (11 – TEU, 3 – FEU) в порт A. Нужно дополнительно разместить 6 контейнеров (1 FEU и 5 TEU), среди которых 1 FEU с опасным грузом класса 5. 2, следующий в порт A, 1 TEU следует в порт B, 4 TEU следуют в порт A.

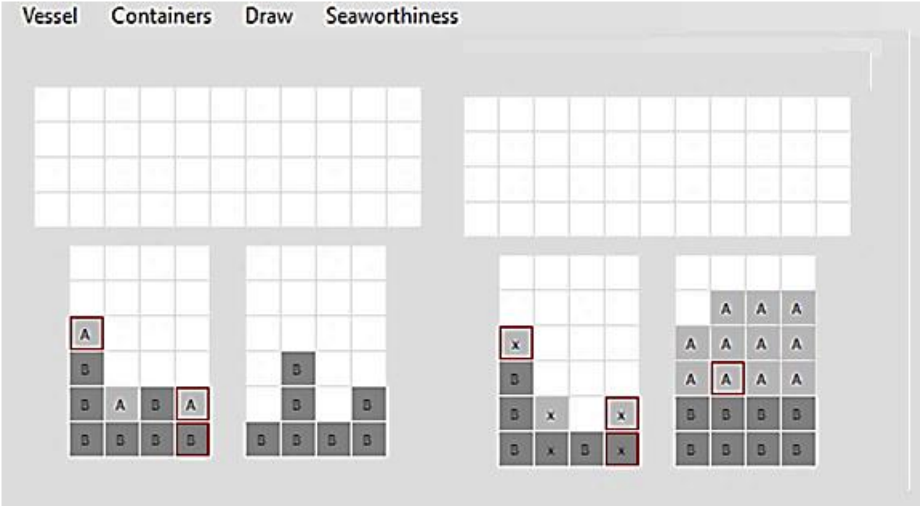
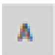
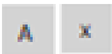
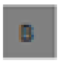
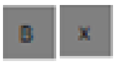


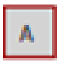

*Рис. 2. Исходное размещение контейнеров в трюме:*

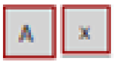
 *– TEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт A;*

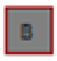
 *– FEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт A;*

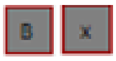
 *– TEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт B;*

 *– FEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт B;*

 *– TEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт A;*

 *– FEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт A;*

 *– TEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт B;*

 *– FEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт B*

Как следует из ограничений (7), контейнера с опасными грузами класса 5. 2 можно устанавливать только в позициях (8, 0, 0), (8, 0, 2), (8, 0, 3), (8, 0, 4), (8, 0, 5), (8, 0, 6), (8, 1, 5), (8, 1, 6), т.е. только в последнем столбце беев №1 и №3. Что касается *FEU* контейнеров, то *FEU* контейнер с грузом класса 5.2 можно установить только в 2-х местах: (8, 0, 5), (8, 1, 5) и (8, 0, 6), (8, 1, 6) и только при условии, что под ними не будет свободных мест. Кроме того, контейнера, следующие в порт A, не должны находиться под контейнерами, следующими в порт B. Такие «жесткие» условия выбраны для того, чтобы проверить и продемонстрировать адекватность модели (1)–(8). Обычно, на практике, для размещения контейнеров приемлемым оказывается значительно большее количество позиций.

На рис. 3 приведен скриншот одного из решений, полученных с помощью модифицированного аддитивного алгоритма, реализованного средствами алгоритмического языка C# [8].

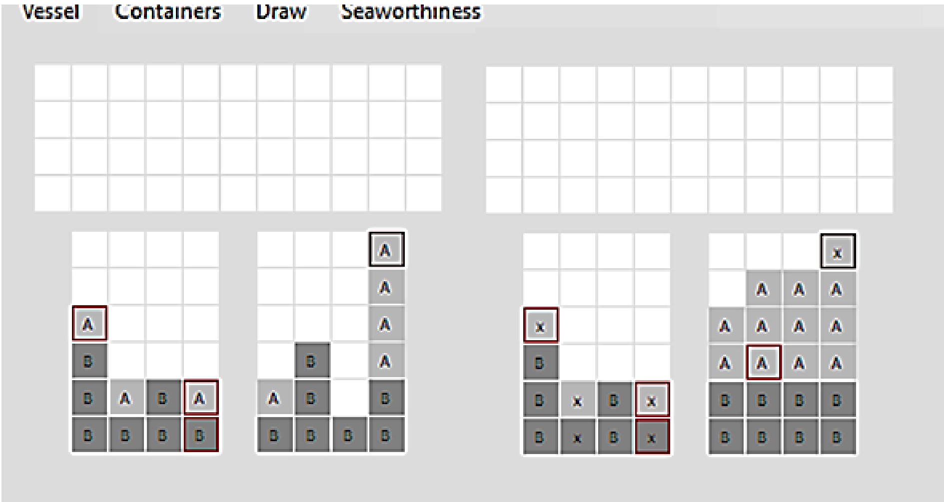
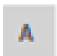



*Рис. 3. Допустимое размещение контейнеров в трюме:*

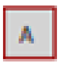


*– TEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт A;*

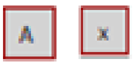
*– FEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт A;*

*– TEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт B;*

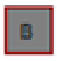
*– FEU контейнер с грузом класса 0, следующий в порт B;*



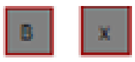
*– TEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт A;*



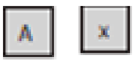
*– FEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт A;*



*– TEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт B;*



*– FEU контейнер с грузом класса 4.1, следующий в порт B*



*– FEU контейнер с грузом класса 5.2, следующий в порт A*

**Выводы и перспектива дальнейшей работы по данному направлению**

1. Авторами была разработана математическая модель для составления грузового плана контейнерного судна, в которой учтены структурные ограничения контейнеров, судна, правила размещения опасных грузов, а также последовательность загрузки контейнеров в зависимости от порта выгрузки.

Адекватность представленной математической модели была проверена с помощью точного классического метода.

2. Численный эксперимент был проведен точным методом целочисленного программирования, классическим аддитивным алгоритмом [13], который был дополнен авторами 4-мя тестами. Расчет осуществлялся в условиях «жестких» ограничений, т.е. в качестве исходных данных намеренно были выбраны такие, которые позволяют различные виды контейнеров расположить в крайне ограниченном количестве позиций.

Результат проведенного численного эксперимента показывает адекватность разработанной математической модели (1) – (8), т. к. результат расчета с ее использованием соответствует допустимому расположению контейнеров в трюме.

3. Использование представленной авторами уточненной математической модели при решении задачи может позволить повысить качество и скорость составления бей-плана на несколько портов выгрузки, в зависимости от выбранного алгоритма решения.

4. Представленный в статье точный классический алгоритм не обладает высокой эффективностью; он приведен исключительно для проверки предложенной модели. Количество переменных и порядок обработки ограничений задачи существенно влияют на продолжительность вычислений.

Поэтому, применимость различных алгоритмов к решению данной задачи в поставленном виде требует дальнейшего исследования.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ambrosino, D., Anghinolfi, D., Paolucci, M., Sciomachen, A. (2010). An Experimental Comparison of Different Heuristics for the Master Bay Plan Problem. Lecture Notes in Computer Science, 314–325. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-642-13193-6_27

2. Ambrosino, D., Sciomachen, A. (2015). Using a Bin Packing Approach for Stowing Hazardous Containers into Containerships. Springer Optimization and Its Applications, 1–18. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-18899-7_1

3. Ambrosino, D., Sciomachen, A., Tanfani, E. (2004). Stowing a containership: the master bay plan problem. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 38 (2), 81–99. doi: https://doi.org/10.1016/j.tra.2003.09.002

4. IMDG Code (2012). Vol. 1. CPI Group (UK) Ltd, Croydon, 486.

5. Kamieniev, K. I., Kamienieva, A. V. (2018). Vykopystannia adytyvnoho alhopytmu dlia pozmishchennia nebezpechnykh vantazhiv na konteinernomu sudni. Sudovozhdenie: sbornik nauchnyh tpudov, 28, 70–77

6. Kamieniev, K., Kamienieva, A., & Tsymbal, M. (2019). Construction of a mathematical model and a method for arranging hazardous cargoes on a containership. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6(3 (102), 20–27. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.183385.

7. Kebedow, K. G., Oppen, J. (2018). Including Containers with Dangerous Goods in the Multi-Port Master Bay Planning Problem. MENDEL, 24 (2). doi: https://doi.org/10.13164/mendel.2018.2.023.

8. Neygel, K., Iv'en, B., Glinn, D., Uotson, K., Skinner, M. (2011). C#4.0 i platforma.NET 4 dlya professionalov. Moscow: Dialektika, Vil'yams, 1440

9. On Transportation of Dangerous Cargos. Available at: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1644-14?lang=en

10. Parreño-Torres, C., Alvarez-Valdes, R., Parreño, F. (2019). Solution Strategies for a Multiport Container Ship Stowage Problem. Mathematical Problems in Engineering, 2019, 1–12. doi: https://doi.org/10.1155/2019/9029267.

11. Review of Maritime Transport 2020, 2020, 2020th ed., [Online]. Available: https://unctad.org/system/files/official-document/rmt2020_en.pdf.

12. Sciomachen, A., Tanfani, E. A 3D-BPP approach for optimising stowage plans and terminal productivity,Eur. J. Oper. Res., vol. 183, no. 3, pp. 1433–1446, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2005.11.067.

13. Taha, H. (1985). Vvedenie v issledovanie operatsiy. Kn. 1. Moscow: Mir, 479.

14. Taha, H. (2018). Issledovanie operatsiy. Sankt-Peterburg: OOO «Dialektika», 1056.

15. Wang, L., Ni, M., Gao, J., Shen, Q., Jia, Y., Yao, C. (2019). The Loading Optimization: A Novel Integer Linear Programming Model. Enterprise Information Systems, 13 (10), 1471–1482. doi: https://doi.org/10.1080/17517575.2019.1631964.

16. Yaagoubi, A. E., El Hilali Alaoui, A., Boukachour, J. (2018). Multi-objective river-sea-going container barge stowage planning problem with container fragility and barge stability factors. 2018 4th International Conference on Logistics Operations Management (GOL). doi: https://doi.org/10.1109/gol.2018.8378102.

17. Zeng, M., Low, M. Y. H., Hsu, W. J., Huang, S. Y., Liu, F., Win, C. A. (2010). Automated stowage planning for large containerships with improved safety and stability. Proceedings of the 2010 Winter Simulation Conference. doi: https://doi.org/10.1109/wsc.2010.5678873.

18. Власенко Е. А. Допустимая загрузка контейнеровоза. – Sci. Educ. a New Dimens. Nat. Tech. Sci. ISSN 2308-1996, vol. VI (22), no. 186, pp. 87–94, 2018.

19. Власенко Е. А., Калиниченко Е. В., Цымбал М. Н. Имитационное моделирование загрузки контейнеровоза. – Austria - Sci., no. 26, pp. 43–49, 2019.

20. Власенко Е. А., Цымбал Н. Н. Некоторые особенности составления грузового плана контейнеровозов. – Судноводіння / Shipping & Navigation ISSN 2306-5761, no. 28, pp. 35–41, 2018. DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.35-41.

21. Чепок А. О. Разработка процедуры отображения укладки генерального груза в трюмах судна. – Судноводіння / Shipping & Navigation ISSN 2306-5761, no. 20, pp. 146–149, 2011.

## REFERENCES

1. Ambrosino, D., Anghinolfi, D., Paolucci, M., Sciomachen, A. (2010). An Experimental Comparison of Different Heuristics for the Master Bay Plan Problem. Lecture Notes in Computer Science, 314–325. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-642-13193-6_27

2. Ambrosino, D., Sciomachen, A. (2015). Using a Bin Packing Approach for Stowing Hazardous Containers into Containerships. Springer Optimization and Its Applications, 1–18. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-18899-7_1

3. Ambrosino, D., Sciomachen, A., Tanfani, E. (2004). Stowing a containership: the master bay plan problem. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 38 (2), 81–99. doi: https://doi.org/10.1016/j.tra.2003.09.002

4. IMDG Code (2012). Vol. 1. CPI Group (UK) Ltd, Croydon, 486.

5. Kamieniev, K. I., Kamienieva, A. V. (2018). Vykopystannia adytyvnoho alhopytmu dlia rozmishchennia nebezpechnykh vantazhiv na konteinernomu sudni. Sudovozhdenie: sbornik nauchnyh tpudov, 28, 70–77

6. Kamieniev, K., Kamienieva, A., & Tsymbal, M. (2019). Construction of a mathematical model and a method for arranging hazardous cargoes on a containership. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6(3 (102), 20–27. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.183385.

7. Kebedow, K. G., Oppen, J. (2018). Including Containers with Dangerous Goods in the Multi-Port Master Bay Planning Problem. MENDEL, 24 (2). doi: https://doi.org/10.13164/mendel.2018.2.023.

8. Neygel, K., Iv'en, B., Glinn, D., Uotson, K., Skinner, M. (2011). C#4.0 i platforma.NET 4 dlya professionalov. Moscow: Dialektika, Vil'yams, 1440
9. On Transportation of Dangerous Cargos. Available at: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1644-14?lang=en
10. Parreño-Torres, C., Alvarez-Valdes, R., Parreño, F. (2019). Solution Strategies for a Multiport Container Ship Stowage Problem. Mathematical Problems in Engineering, 2019, 1–12. doi: https://doi.org/10.1155/2019/9029267.
11. Review of Maritime Transport 2020, 2020, 2020th ed., [Online]. Available: https://unctad.org/system/files/official-document/rmt2020_en.pdf.
12. Sciomachen, A., Tanfani, E. A 3D-BPP approach for optimising stowage plans and terminal productivity, Eur. J. Oper. Res., vol. 183, no. 3, pp. 1433–1446, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2005.11.067.
13. Taha, H. (1985). Vvedenie v issledovanie operatsiy. Kn. 1. Moscow: Mir, 479.
14. Taha, H. (2018). Issledovanie operatsiy. Sankt-Peterburg: OOO «Dialektika», 1056.
15. Wang, L., Ni, M., Gao, J., Shen, Q., Jia, Y., Yao, C. (2019). The Loading Optimization: A Novel Integer Linear Programming Model. Enterprise Information Systems, 13 (10), 1471–1482. doi: https://doi.org/10.1080/17517575.2019.1631964.
16. Yaagoubi, A. E., El Hilali Alaoui, A., Boukachour, J. (2018). Multi-objective river-sea-going container barge stowage planning problem with container fragility and barge stability factors. 2018 4th International Conference on Logistics Operations Management (GOL). doi: https://doi.org/10.1109/gol.2018.8378102.
17. Zeng, M., Low, M. Y. H., Hsu, W. J., Huang, S. Y., Liu, F., Win, C. A. (2010). Automated stowage planning for large containerships with improved safety and stability. Proceedings of the 2010 Winter Simulation Conference. doi: https://doi.org/10.1109/wsc.2010.5678873.
18. Vlasenko Ye. A. Dopustimaya zagruzka konteynerovoza. – Sci. Educ. a New Dimens. Nat. Tech. Sci. ISSN 2308-1996, vol. VI (22), no. 186, pp. 87–94, 2018.
19. Vlasenko Ye. A., Kalinichenko Ye. V., Tsymbal M. N. Imitatsionnoe modelirovanie zagruzki konteynerovoza. – Austria - Sci., no. 26, pp. 43–49, 2019.
20. Vlasenko Ye. A., Tsymbal N. N. Nekotorye osobennosti sostavleniya gruzovogo plana konteynerovozov. – Shipping & Navigation ISSN 2306-5761, no. 28, pp. 35–41, 2018. DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.35-41.
21. Chepok A. O. Razrabotka protsedury otobrazheniya ukladki generalnogo gruza v tryumakh sudna. – Shipping & Navigation ISSN 2306-5761, no. 20, pp. 146–149, 2011.