УДК 656.61.052

DOI: 10.31653/2306-5761.32.2021.71-87

MATHEMATICAL MODELING OF THE OPERATION OF SHIP'S PROPELLERS WITH DIFFERENT MANEUVERING MODES

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ СУДНОВИХ ГВИНТІВ ПРИ РІЗНИХ РЕЖИМАХ МАНЕВРУВАННЯ

O.F. Kryvyi, Dr. Sci., professor, **M.V. Miyusov**, Dr. Sci., professor, **M.O. Kryvyi**, graduate student

О.Ф. Кривий, д.ф.-м.н., професор, М.В. Міюсов, д.т.н., професор, М.О. Кривий, аспірант

ABSTRACT

In the study of ship maneuvers, in the development of ship's autopilots and simulators, the availability of adequate mathematical models of the ship's propulsion complex, which would describe with high accuracy the dynamics of the ship for the widest ranges of phase coordinates, plays a decisive role. Mathematical models of ship dynamics consist of mathematical models of inertial and non-inertial forces and moments on the ship's hull. The latter include hydrodynamic and aerodynamic forces and moments on the ship's hull, forces and moments caused by the operation of propellers, rigging, ship rudders. For the adequacy of the general mathematical model of the ship's dynamics, the adequacy of the mathematical models of all components of non-inertial forces and moments on the ship's hull is necessary. Mathematical models of non-inertial forces and moments on a ship's hull are usually empirical and made by processing data from experimental tests in ship model basin or in full-scale sea trials. In particular, this applies to the forces and moments caused by the operation of the propeller. In the mathematical modeling of the indicated forces and moments, the rectilinear movement of the vessel, or movement at small values of the drift angles, is usually considered. In this case, only the longitudinal action of the propeller is usually considered, and the transverse component of the force and the moment on the ship's propeller are unreasonably neglected. In addition, well-known mathematical models usually contain coefficients and functions that are difficult to determine using tables and graphs, which is inconvenient for numerical modeling. This work is intended to somewhat eliminate the indicated disadvantages. In particular, it was investigated how the curvilinear movement of the ship affects the operation of the propeller, analyzed the existing mathematical models, and new effective mathematical models of the longitudinal and transverse components of the force and moment caused by the operation of the ship's propeller in dimensional and dimensionless forms were proposed. In particular, representations are obtained for the dimensionless coefficients of the propeller stop and the moment on the propeller shaft, the wake fraction coefficient, the thrust-deduction factor, and skew of the flow on the propeller. It is shown how these parameters change for all possible values of the drift angle and angular velocity. For a number of commercial vessels of various types, technical characteristics are given, and parameters for constructing mathematical models of the dynamics of the propeller are calculated.

Keywords: mathematical models, ship propellers, curvilinear motion, longitudinal and transverse components of forces and moment, dimensionless coefficients – the wake fraction coefficient, and the thrust-deduction factor.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

При дослідженні маневрів судна, розробці суднових авторульових, суднових тренажерів вирішальну роль відіграє наявність адекватних математичних моделей пропульсивного суднового комплексу, які із високою точністю описували динаміку судна для самих широких діапазонів зміни фазових координат. У зв'язку із їх простотою, в основному, для опису маневрів судна навіть в плоскій постановці (без урахування крену і деференту) використовують математичні моделі в лінійній постановці. Це пояснюється складністю використання не лінійних моделей і аргументується малим діапазоном зміни кінематичних

параметрів судна таких, як величина швидкості v, куту дрейфу β , кутової швидкості ω_z при «слабких маневрах». Але поняття «слабкого маневру» є доволі умовним, і навіть при невеликих кутах дрейфу в центрі тяжіння судна місцевий кут дрейфу на кормі значно зростає за рахунок кутової швидкості. Тому такі важливі маневри судна як циркуляція, зиґзаґ Кемпфа, і, тим більше, різке ухилення не можна відносити до «слабких» маневрів судна. І якщо лінеаризацію диференціальних рівнянь динаміки судна, ще можна було якось виправдати тридцять років тому, слабкою обчислювальною базою, то зараз такий підхід за наявності сучасних прикладних математичних пакетів, на наш погляд, є сумнівним.

Математичні моделі динаміки судна складаються із математичних моделей інерційних і неінерційних сил і моментів на корпусі судна. До останніх входять гідродинамічні і аеродинамічні сили і моменти на корпусі судна, сили і моменти викликаних роботою гребних гвинтів, парусного оснащення, суднових стерн. Для адекватності загальної математичної моделі динаміки судна, необхідна адекватність математичних моделей усіх складових неінерційних сил і моментів на корпусі судна. Математичні моделі неінерційних сил і моментів на корпусі судна, зазвичай, носять емпіричний характер і будуються шляхом обробки даних експериментальних випробувань в дослідних басейнах або при натурних експериментах. Зокрема, це стосується сил і моментів, викликаних роботою гребного гвинта. При математичному моделюванні вказаних сил і моментів, зазвичай, розглядається прямолінійний рух судна, або рух при малих значеннях кутів дрейфу. При цьому, зазвичай, враховується тільки повздовжня дія гребного гвинта, а поперечною складовою сили і моментом на гребному гвинті не обґрунтовано нехтують. Але експериментальні дослідження [7] показують, що навіть при малих кутах дрейфу, поперечна складова сили на гребному гвинті судна приймає суттєве значення. Крім того, відомі математичні моделі, зазвичай, містять коефіцієнти і функції, які визначаються досить складно за допомогою таблиць і графіків, що не зручно для числового моделювання.

Отже, побудова ефективних математичних моделей пропульсивного комплексу судна для широкої області зміни кінематичних параметрів є не тільки важливою науковою проблемою, але е актуальним практичним завданням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і виділення невирішених раніше частин загальної проблеми

Застосування математичних моделей руху судна до дослідження різних маневрів судна в останній час набуло широкого розвитку. Побудова і активне застосування таких моделей почалось ще із середини двадцятого сторіччя, ці моделі висвітлені, зокрема, в роботах [2, 3, 4, 8, 9, 11]. Значний вклад в розробку і застосування таких моделей також зроблено японськими вченими, одними із перших публікацій в цьому напрямку є роботи [15, 18]. Цей підхід, який висвітлений також в роботах [28, 29,16] і відомий як метод MMG (Manoeuvring Modelling Group) [23, 30], зараз набув широкого застосування, зокрема, в роботах [12, 13, 24, 25, 31, 32]. Значний вклад в розвиток і застосування математичних моделей динаміки судна зроблено також португальською школою дослідників [26]. До недоліків вказаних моделей слід віднести не завжди вдалий підбір методів кореляційного аналізу, це, зокрема, показано в роботах [5, 6, 19, 20], а також їх надмірна, не завжди виправдана, спрощеність. Це стосується, зокрема, математичних моделей роботи суднового гребного гвинта, які не враховують поперечної складової і моменту, а також вплив косого потоку на його роботу. Розробці теорії і розрахунку роботи суднових гребних гвинтів присвячені, зокрема, роботи [1, 2, 10, 21, 22, 27]. Ці дослідження в основному стосуються окремого гребного і розрахунку його параметрів, так в робочі [22], напевно вперше, отримано значний масив експериментальних даних для розрахунку коефіцієнту упору гребного гвинта, що вплинуло на подальший розвиток теорії гребного гвинта в роботах [10, 21, 27]. В роботах [1, 2] досліджені деякі аспекти роботи гребного гвинта при криволінійному русі судна, але параметри отриманих там моделей подані в не зручному до застосування вигляді. В роботі [8] досліджено вплив парусного оснащення на роботу рушійного комплексу судна. Відомі [7] також експериментальні дослідження впливу криволінійного руху судна на роботу гребного гвинта, які підтверджують виникнення суттєвих поперечних сил при такому русі.

Отже аналіз останніх досліджень показує, що не зважаючи на значний розвиток в останній час математичних моделей пропульсивного комплекса судна, багато проблем потребують подальшого вирішення. Зокрема, побудова адекватних математичних моделей, які б враховували всі складові сили і моменту на гребному гвинті для широкого діапазону зміни кінематичних параметрів руху судна і були б зручними при числовому моделюванні.

Формулювання цілей статті (постановка задачі)

Ціль даної роботи побудова і числовий аналіз адекватних [3] математичних моделей сил і моментів, спричинених роботою суднових гвинтів, які б з одного боку охоплювали всю область зміни кінематичних параметрів руху судна, а з іншого були зручні для застосування при розв'язанні різних задач динаміки пропульсивного комплекса судна.

Математична модель роботи суднового гребного гвинта є багаторівневою моделлю (як, врешті, будь-яка складна емпірична модель), вона складається із деякої кількості безрозмірних величин, які визначаються на основі експериментальних досліджень і кожна із яких є важливою для побудови загальної моделі. Тому спочатку визначимо, як впливає криволінійний рух на характеристики гребного гвинта, потім визначимо і виконаємо дослідження для кожного параметра окремо, і нарешті отримаємо загальну математичну модель роботи суднового гребного гвинта та проведемо її числове дослідження в цілому.

Викладення матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів

1. Технічні і кінематичні параметри судна і гребного гвинта.

Будемо розглядати працюючий судновий гвинт в косому потоці за корпусом судна в лівій декартовій системі координат, пов'язаній з судном, центр системи виберемо в центрі тяжіння судна, вісь *X* направимо на ніс судна, вісь *У*, перпендикулярно на правий борт і вісь

Z перпендикулярно горизонтальній площині судна. В такій системі координат кут дрейфу ^β буде додатнім, якщо він відкладається проти часової стрілки.

Геометричні і технічні характеристики судна і гвинта будемо позначим так: *L*- довжина судна по ватерлінії; *B*- ширина судна по діючу ватерлінію; *T*- осадка судна на міделі, ρ масова густина морської води, C_b - коефіцієнт загальної повноти судна; $W = C_b LBT$ - об'ємна водотоннажність судна; $S = LT\sigma_D$ - приведена площина зануреної частини діаметральної площини судна; σ_D - приведений коефіцієнт повноти зануреної частини для діаметральної площини; n_p , D_p - відповідно частота обертання і діаметр гребного гвинта; \tilde{x}_p - відносне положення (в корму, $\tilde{x}_p = x_p / L < 0$) гвинта від центру тяжіння судна, (для основних типів

суден вважається, що $\tilde{x}_p \in (-0.45; -0.5)$; $a = \frac{4A_E}{\pi D_p^2} - _{\text{дискове відношення гвинта, значення якого}}^2$ знаходиться в межах $0.4 \div 1.1$; $h = \frac{H}{D_p} - _{\text{шагове відношення гребного гвинта, значення якого}}^2$ знаходяться, зазвичай, в межах $0.5 \div 1.6$; $\kappa_p - _{\text{число лопатей гребного гвинта: }V}^2$ величина швидкості судна в напрямку руху; ω_z - кутова швидкість повороту судна навколо осі Z;

 $Fr = \frac{v}{\sqrt{gL}}$ – число Фруда; v_0 – величина швидкості судна в момент початку маневру (початкова швидкість); β_P – місцевий кут дрейфу на гребному гвинті [2,9]; v_P – швидкість натікання потоку на гвинт. Значення основних технічних параметрів деяких типів комерційних суден наведено в таблиці 1.

Математичні моделі сил і моменту, спричинених роботою гребного гвинта судна, будемо

будувати відносно безрозмірних кінематичних фазових координат: швидкості: $\tilde{v} = \frac{v}{v_0}$, кута

дрейфу β і кутової швидкості $\omega = \frac{\omega_z L}{v} = v_0 \frac{\omega_z L}{\tilde{v}}$.

2. Вплив криволінійного руху судна на параметри роботи гвинта.

Параметри роботи суднового гребного гвинта при криволінійному русі з деяким кутом

дрейфу ^β і кутовою швидкості ^ω суттєво змінюються в порівнянні з прямолінійним рухом. Це обумовлено наступними факторами.

По перше, на гребному гвинті зміниться місцевий кут дрейфу, який визначимо, скориставшись рівністю проекцій вектора швидкості в центрі тяжіння і на гребному гвинті, відповідно на вісь X і вісь Y:

$$\begin{cases} v_P \cos\beta_P = v \cos\beta, \\ v_P \sin\beta_P = v \sin\beta + x_P \cdot \omega_z. \end{cases}$$
(1)

В правій частині останній рівності другий доданок виник за рахунок повороту судна навколо осі вісі Z. Далі, після ділення в співвідношеннях (1) першої рівності на другу, подамо місцевий кут дрейфу так;

$$\beta_P = \kappa_P \arctan \operatorname{ctg}(\operatorname{tg}\beta - \tilde{x}_P \frac{\omega}{\tilde{v}\cos\beta})$$
(2)

Тут, шляхом введення коефіцієнту (скосу) κ_P , враховано зміну потоку за рахунок впливу

корпусу судна при криволінійному русі. Про обчислення коефіцієнту ^К_P буде сказано нижче.

По друге, зміниться швидкість натікання потоку на гвинт, яку, використовуючи співвідношення (1), подамо так:

$$v_P = (1 - \psi_P)k_P v, \qquad (3)$$

де k_P – безрозмірний коефіцієнт, який враховує вплив криволінійного руху судна на величину швидкості натікання потоку на гвинт і може бути обчислений за формулою:

$$k_P = \sqrt{1 - 2\tilde{x}_P \frac{\omega}{\tilde{v}} \sin\beta + \tilde{x}_P^2 \left(\frac{\omega}{\tilde{v}}\right)^2}$$
(4)

В поданні (3) вплив корпусу судна на швидкість натікання потоку на гребний гвинт визначається коефіцієнтом попутного потоку Ψ_P при криволінійному русі, про обчислення якого буде сказано нижче.

По третє, при криволінійному русі отримає зміни і відносний хід гребного гвинта, який в цьому випадку подаємо так

$$J_P = \frac{v_P}{n_P D_P} = \frac{(1 - \psi_P)k_P v_0 \tilde{v}}{n_P D_P}.$$
(5)

По четверте, повздовжня складова сили $X_P = (1 - \zeta_P)T_P$, де T_P – упор гребного гвинта, зміниться за рахунок зміни безрозмірного коефіцієнту засмоктування ζ_P на гвинті і відносного ходу J_P . Крім того в результаті порушення симетрії складових сил, діючих в площині диска гребного гвинта утворюється поперечна сила Y_P , яка діє на гребний гвинт судна, а також момент $M_P = Y_P L_P$, де $L_P = |x_P|$ – відстань від центру тяжіння судна до гвинта. За рахунок зміни відносного ходу J_P , набуде змін і момент на валу гребного гвинта Q_P .

Вказаним компонентам сил відповідають безрозмірні коефіцієнти навантаження [1, 2], за упору гребного гвинта і за поперечній силі:

$$\sigma_P = \frac{8T_P}{\rho \pi v_P^2 D_P^2}, \quad \sigma_{yP} = \frac{8Y_P}{\rho \pi v_P^2 D_P^2}, \tag{6}$$

а також, безрозмірні коефіцієнти упору гвинта, поперечної компоненти сили і моменту на валу гребного гвинта:

$$K_{P} = \frac{T_{P}}{\rho n_{P}^{2} D_{P}^{4}}, \quad K_{Py} = \frac{8Y_{P}}{\rho n_{P}^{2} D_{P}^{4}}, \quad K_{Q} = \frac{Q_{P}}{\rho n_{P}^{2} D_{P}^{5}}.$$
(7)

3. Подання безрозмірних коефіцієнтів K_P і K_Q .

Низка досліджень показують [1, 2, 10, 17, 21, 22], що вказані коефіцієнти є функціями відносного ходу J_p , дискового відношення a, шагового відношення h і числа лопатей κ_p гребного гвинта: $K_p = K_p(J_p, a_p, h_p, \kappa_p)$, $K_Q = K_Q(J_p, a_p, h_p, \kappa_p)$. Зазвичай, ці функції апроксимують поліномами:

$$K_T(J_P, a_P, h_P, \kappa_P) = \sum_{k=1}^N A_k \kappa^{\zeta_k} a^{\nu_k} h^{q_k} \lambda_P^{g_k} , \qquad (8)$$

$$K_{Q}(J_{P},a_{p},h_{p},\kappa_{p}) = \sum_{k=1}^{N^{*}} B_{k} \kappa^{\zeta_{k}} a^{\nu_{k}} h^{q_{k}} \lambda_{p}^{g_{k}} , \qquad (9)$$

де кількість доданків N, N^* , показники степенів ζ_k , v_k , q_k , g_k і коефіцієнти A_k , B_k залежать від конструктивних особливостей гвинтів і визначаються за допомогою обробки експериментальних даних [22] на основі кореляційного аналізу.

Зокрема, для значень $\kappa_p = 2 \div 7$, не важко отримати наступні подання

$$K_T(J_P, a_p, h_p, \kappa_p) = \mu_0 + \mu_1 J_P + \mu_2 J_P^2 + \mu_3 J_P^3,$$
(10)

$$K_{Q}(J_{P}, a_{p}, h_{p}, \kappa_{p}) = \mu_{0}^{*} + \mu_{1}^{*}J_{P} + \mu_{2}^{*}J_{P}^{2} + \mu_{3}^{*}J_{P}^{3}.$$
(11)

Тут введені позначення

$$\begin{split} \mu_{0} &= A_{0} + A_{2}h + A_{3}h^{2} + A_{6}ah^{2} + A_{7}\kappa_{p} + A_{9}h\kappa_{p} + A_{11}a\kappa_{p} + A_{13}h^{3} + A_{14}h^{6} + \\ &+ A_{17}a^{2} + A_{22}h^{3}\kappa_{p} + A_{25}ah^{3}\kappa_{p} + A_{27}a^{2}h^{3}\kappa_{p} + A_{28}\kappa_{p}^{2} + A_{35}a\kappa^{2} + A_{36}ah^{3}\kappa_{p}^{2} + A_{38}a^{2}h^{3}\kappa_{p}^{2}; \\ \mu_{1} &= A_{1} + A_{5}ah + A_{10}h\kappa_{p} + A_{12}a\kappa_{p} + A_{20}h^{6}a^{2} + A_{23}h^{3}\kappa_{p} + A_{26}a^{2}\kappa_{p} + A_{29}\kappa_{p}^{2} + A_{32}h^{3}\kappa_{p}^{2} + A_{33}h^{6}\kappa_{p}^{2}; \\ \mu_{2} &= A_{8}\kappa_{p} + A_{15}h^{6} + A_{18}a^{2} + A_{21}a^{2}h^{6} + A_{30}\kappa_{p}^{2} + A_{34}h^{6}\kappa_{p}^{2}; \\ \mu_{3} &= A_{16}a + A_{19}a^{2} + A_{24}h^{3}\kappa_{p} + A_{31}\kappa_{p}^{2} + A_{37}ah^{6}\kappa_{p}^{2}; \\ \mu_{0}^{*} &= B_{0} + B_{3}h^{2} + B_{4}ah + B_{7}h^{2}a + B_{9}h\kappa_{p} + B_{14}ah^{2}\kappa_{p} + B_{16}ah^{3} + B_{18}a^{2} + B_{21}a^{2}h + \\ &+ B_{24}a^{2}h^{3} + B_{25}a^{2}h^{6} + B_{28}h^{6}\kappa_{p} + B_{30}ah^{6}\kappa_{p} + B_{32}a^{2}h^{2}\kappa_{p} + B_{34}a^{2}h^{6}\kappa_{p} + B_{40}ah^{2}\kappa_{p}^{2} + \\ &+ B_{41}ah^{6}\kappa_{p}^{2} + B_{42}a^{2}\kappa_{p}^{2} + B_{43}a^{2}h^{3}\kappa_{p}^{2} + B_{45}a^{2}h^{6}\kappa_{p}^{2}; \\ \mu_{1}^{*} &= B_{2}h + B_{5}ah + B_{8}\kappa_{p} + B_{10}h\kappa_{p} + B_{13}ah\kappa_{p} + B_{17}ah^{3} + \\ &+ B_{19}a^{2} + B_{31}a^{2}\kappa_{p} + B_{35}h\kappa_{p}^{2} + B_{33}a^{2}h^{3}\kappa_{p} + B_{39}a\kappa_{p}^{2}; \\ \mu_{2}^{*} &= B_{1} + B_{6}ah + B_{11}\kappa_{p}h + B_{12}a\kappa_{p} + B_{29}a\kappa_{p} + B_{36}h^{2}\kappa_{p}^{2} + B_{37}h^{3}\kappa_{p}^{2} + B_{47}a^{2}h^{3}\kappa_{p}^{2} + B_{47}a^{$$

Коефіцієнти A_k , B_k визначаються наступними масивами значень

$$\begin{split} & \left\{A_k\right\}_{k=\overline{0;38}} = \{0.00880496; -0.204554; 0.166351; 0.158114; -0.147581; -0.481497; 0.415437; \\ & 0.0144043; -0.0530054; 0.0143481; 0.0606826; -0.0125894; 0.0109689; -0.133698; \\ & 0.00638407; -0.00132718; 0.168496; -0.0507214; 0.0854559; -0.0504475; \\ & 0.010465; -0.00648272; -0.00841728; 0.0168424; -0.00102296; -0.0317791; 0.018604; \\ & -0.00410798; -0.000606848; -0.0049819; 0.0025983; -0.000560528; -0.00163652; \\ & -0.000328787; 0.000116502; 0.000690904; 0.00421749; 0.0000565229; -0.00146564\}. \end{split}$$

$$\left\{ B_k \right\}_{k=\overline{0;46}} = \left\{ 3.79368 \cdot 10^{-3}; 8.86523 \cdot 10^{-3}; -0.032241; 3.44778 \cdot 10^{-3}; -0.0408811; -0.108009; -0.0885381; 0.188561; -3.70871 \cdot 10^{-3}; 5.13696 \cdot 10^{-3}; 0.0209449; 4.74319 \cdot 10^{-3}; -7.23408 \cdot 10^{-3}; 4.38388 \cdot 10^{-3}; -0.0269403; 0.0558082; 0.0161886; 3.18086 \cdot 10^{-3}; 0.015896; 0.0471729; 0.0196283; -0.0502782; -0.030055; 0.0417122; -0.0397722; -3.50024 \cdot 10^{-3}; -0.0106854; 1.10903 \cdot 10^{-3}; -3.13912 \cdot 10^{-4}; 3.5985 \cdot 10^{-3}; -1.42121 \cdot 10^{-3}; -3.83637 \cdot 10^{-3}; 0.0126803; \right\}$$

$$\begin{array}{l} -3.18278 \cdot 10^{-3}; 3.34268 \cdot 10^{-3}; -1.83491 \cdot 10^{-3}; 1.12451 \cdot 10^{-4}; -2.97228 \cdot 10^{-5}; 2.69551 \cdot 10^{-4}; \\ 8.3265 \cdot 10^{-4}; 1.55334 \cdot 10^{-3}; 3.02683 \cdot 10^{-4}; -1.843 \cdot 10^{-4}; -4.25399 \cdot 10^{-4}; 8.69243 \cdot 10^{-5}; \\ -4.659 \cdot 10^{-4}; 5.54194 \cdot 10^{-5} \}. \end{array}$$

В таблиці 1, наведені значення коефіцієнти подань (10) і (11), а також значення інших технічних і динамічних параметрів, необхідних при побудові математичних моделей компонент сил і моменту для деяких типів комерційних суден.

Судно	DTC,	KCS,	KVLCC2	VLCC,	VLGC,	LPG,
	контейне	контейнер	танкер	танкер	танкер	танкер
	ровоз	OBO3	-	ESSO	-	-
N⁰	1	2	3	4	5	6
L [м]	355	230	320	325	226	147
В [м]	51	32.2	58	53	36.6	25.5
Т [м]	14.5	10.8	20,8	21.79	11.8	8.8
C_B	0.661	0.651	0,8089	0.831	0.72	0.7403
$D_{P[M]}$	8.911	7.9	9.86	9.1	7.4	5.7
\tilde{x}_P	-0.45	-0.46	-0.48	-0.46	-0.47	-0.47
ĸ	5	5	4	5	4	4
а	0.8	0.8	0.431	0.682	0.42	0.6017
h	0.959	0.997	0.721	0.715	0.905	0.7839
Ψ_{P0}	0.3746	0.3365	0.4495	0.473	0.382	0.3729
ζ_{P0}	0.2812	0.2474	0.3509	0.374	0.288	0.2796
μ_0	0.4555	0.4749	0.2923	0.319	0.3616	0.3367
μ_1	-0.2658	-0.2642	-0.21082	-0.2506	-0.1860	-0.2477
μ_2	-0.2654	-0.266	-0.2183	-0.2612	-0.2177	-0.2287
μ_3	0.0849	0.08454	0.053	0.0757	0.050	0.0723
μ_0^*	0.051	0.05304	0.0276	0.0308	0.0369	0.0346
μ_1^*	-0.0359	-0.0371	-0.0224	-0.0272	-0.0244	-0.0287
μ_2^*	-0.0330	-0.034	-0.0086	-0.0206	-0.0098	-0.0204
μ_3^*	-0.0479	-0.05524	-0.0307	-0.0224	-0.0505	-0.024

Таблиця 1. Технічні і динамічні параметри суден

4. Подання безрозмірних коефіцієнтів навантаження.

Коефіцієнт навантаження за упору гребного гвинта можна легко виразити через безрозмірний коефіцієнт упору гребного гвинта (10) і відносний хід гвинта (5):

$$\sigma_P = \frac{8K_T}{\pi J_P^2} \tag{12}$$

Для коефіцієнта навантаження вздовж поперечної сили скористаємося поданням роботи [2], і замінивши там β_P на $\sin \beta_P$, узагальнимо їх на весь діапазон зміни місцевого кута дрейфу $0^{\circ} \leq |\beta_P| \leq 90^{\circ}$.

$$\sigma_{yP} = (k_1 + k_2 \sqrt{\sigma_{P0}}) \sin \beta_P \tag{13}$$

де

$$\vartheta_1 = 0.177h + 0.087(a - 0.55); \ \vartheta_2 = (0.275 + 0.233(a - 0.55))h^2 + (0.067 - 0.018(a - 0.55));$$

$$\sigma_{P0} = \frac{8K_T}{\pi J_P^2}\Big|_{\beta=0;\omega=0} - \frac{1}{3}$$
значення навантаження гвинта по упору при прямолінійному русі

5. Обчислення безрозмірних коефіцієнтів попутного потоку Ψ_P , засмоктування ζ_p і скосу потоку κ_P на гребному гвинті при криволінійному русі.

Обчислення коефіцієнту попутного потоку при криволінійному русі Ψ_P базується на коефіцієнті попутного потоку при прямолінійному русі Ψ_{P0} . Значення останнього обчислюють за емпіричними формулами, отриманими на основі експериментальних даних. Найбільш прийнятними тут є подання [1]:

$$\psi_{P0} = 0.11 + 0.16(C_B)^{\varepsilon} \varepsilon^{-1} W^{\frac{1}{6}} D_P^{-\frac{1}{2}} - \Delta \psi'_{P0}, \quad \Delta \psi'_{P0} = \begin{cases} 0, & \text{if } Fr \le 0.2, \\ 0.3C_B(Fr - 0.2), & \text{if } Fr > 0.2, \end{cases}$$
(14)

де *e* =1, якщо гвинт розташований в діаметральній площині і *e* =2 для бортових гвинтів.

Для обчислення коефіцієнта попутного потоку при криволінійному русі, зазвичай, використовують наступну формулу

$$\Psi_P = \Psi_{P0} \cdot q_{\Psi}(\beta_P) \tag{15}$$

де $q_{\psi}(\beta_P)$ – функція кута місцевого дрейфу на гвинті β_P , яку визначають за допомогою обробки результатів експериментів, зокрема, в роботі [18] наведено наступне подання

$$q_{\psi}(\beta_P) = e^{-4\beta_P^2}.$$
(16)

При цьому слід зазначити, що в подані (15) автори роботи [15] використовують спрощене подання для місцевого кута дрейфу: використовують лінійну залежність і не враховують скосу потоку на кормі судна. В роботі [2], запропонована залежність

$$q_{\psi}(\beta_{P}) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\beta_{P}|}{\beta_{0}}\right)^{n}, & \beta_{P} \le \beta_{0}; \\ 0, & \beta_{P} > \beta_{0}, \end{cases}$$
(17)

де β_0 – граничне значення місцевого кута дрейфу на гвинті, при якому попутний потік стає нульовим, його значення для комерційних суден складає: $\beta_0 \square 45^\circ$, значення показника вибирається із діапазону: $n = 5 \div 6$.

Подання (16) крім вказаного спрощення, має той недолік, що значення функції $q_{\psi}(\beta_P)$ надто повільно спадають при зростанні місцевого кута дрейфу і мають не нульове значення в районі граничних кутів. Подання (17) містить не диференційовану функцію по куту дрейфу,

що не узгоджується із фізичним змістом коефіцієнту Ψ_P . Тому пропонується застосовувати наступне вдосконалене подання:

$$q_{\psi}(\beta_P) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\beta_P^2}{\beta_0^2}\right)^5, & \beta_P \le \beta_0; \\ 0, & \beta_P > \beta_0, \end{cases}$$
(18)

На рисунку 1 дано порівняння всіх трьох залежностей для судна 1 (DTC, контейнеровоз), при початковій швидкості $v_0 = 7.7 [\text{M/c}] = 14.97 [\text{knots}]$ і відносній швидкості $\tilde{v} = 1.2$. Графіки 1-

78

3 відповідають значенню відносній кутовій швидкості $\omega = 0$, графіки 4-6 відносній кутовій

швидкості $\omega = 0.9$. Суцільні графіки червоного кольору відображають подання (17), штриховані графіки чорного кольору подання (18) і пунктирні криві синього кольору подання (16).



Результати обчислень показують, що залежність (18) більш точніше ніж залежність (16) наближається до подання (17), залишаючись при цьому диференційованою функцією.

Для обчислення коефіцієнту засмоктування ^С*р* для гвинтів, які розташовані в діаметральній площині, доцільно узагальнити подання роботи [1] на криволінійний рух:

$$\zeta_{P} = \begin{cases} 0.6\psi_{P}(1+0.67\psi_{P}), \text{ if } \varepsilon = 1, \\ 0.8\psi_{P}(1+0.25\psi_{P}), \text{ if } \varepsilon = 2, \end{cases}$$
(19)

В таблиці 1 наведені значення коефіцієнтів попутного потоку Ψ_{P0} і засмоктування ζ_{p0} при прямолінійному русі для деяких типів суден.

Для обчислення коефіцієнту скосу потоку κ_P на гребному гвинті при криволінійному русі доцільно скористатись поданням [2]:

$$\kappa_P = \begin{cases} \kappa_0 + (1 - \kappa_0) \left(\frac{\beta_P^*}{\beta_0}\right)^6, & \beta_P \le \beta_0; \\ 1, & \beta_P > \beta_0, \end{cases}$$
(20)

де κ_0^- кут скосу відповіщаючий малим місцевим кутам дрейфу, для комерційних суден, з гвинтом у діаметральній площині, зазвичай вибирається $\kappa_0 = 0.8$; для обчислення β_P^* потрібно скористатись формулою (1), поклавши там $\kappa_P = 1$.

На рис. 2 - 5 наведені тривимірні графіки коефіцієнтів Ψ_P і ζ_p , k_P , κ_P для всіх можливих значень кута дрейфу β і кутової швидкості ω для судна 1, при початковій швидкості $v_0 = 7.7 [\text{M/c}] = 14.97 [\text{knots}]$ і відносній швидкості $\tilde{v} = 1.2$.



Результати розрахунків показують адекватність наведених залежностей, їх добру узгодженість із фізичним змістом коефіцієнтів для всього можливого діапазон зміни параметрів руху, і доводять можливість їх застосування для розв'язання будь-яких задач маневрування судна.

6. Подання компонент сил і моменту спричинених гребним гвинтом при криволінійному русі.

Отримані вище вирази для безрозмірних коефіцієнтів дають можливість визначити проекції сил і моментів на гребному гвинті при криволінійному русі. Зокрема, повздовжню складову сили на гвинті і момент на валу гребного гвинта подамо через безрозмірні коефіцієнти (10) і (11) так:

$$X_{P} = (1 - \zeta_{P})T_{P} = (1 - \zeta_{P})\rho n_{P}^{2} D_{P}^{4} K_{P}, \quad Q_{P} = \rho n_{P}^{2} D_{P}^{5} K_{Q}.$$
(21)

Поперечну складову сили і момент, які виникають на гребному гвинті і діють на корпус судна подамо через безрозмірний коефіцієнт навантаження (13) так:

Судноводіння | Shipping & Navigation ISSN 2306-5761 | 2618-0073

$$Y_p = \frac{1}{8} \rho \pi v_P^2 \mathcal{D}_P^2 \sigma_{yP}, \quad M_P = Y_P L_P.$$
(22)

При дослідженні різних маневрів судна, в математичних моделях динаміки пропульсивного комплексу, зазвичай, переходять до безрозмірних фазових координат. Для

цього, поділивши перші два диференціальні рівняння руху судна [3, 4] на вираз $\frac{r}{2}Sv_0^2$, а третє

на вираз $\frac{1}{2}SLv_0^2$, перейдемо до безрозмірних компонент інерційних і не інерційних сил і моменту, які діють на судно. Зокрема, поздовжня і поперечна складова безрозмірної сили і момент, що викликані роботою гребного гвинта при криволінійному русі можна подати так:

$$\tilde{X}_P = G_X K_P, \quad \tilde{Y}_P = G_Y \sigma_{yP}, \quad \tilde{M}_P = G_m \sigma_{yP}, \quad (23)$$

де

$$G_X = \frac{2n_P^2 D_P^4}{Sv_0^2}, \quad G_Y = \frac{2\pi \tilde{v}^2 D_P^2}{4S}, \quad G_m = \frac{2\pi \tilde{v}^2 L_P D_P^2}{4SL}.$$
(24)

На рисунках 6 – 9 наведені тривимірні графіки відповідно відносного ходу гребного гвинта J_P , повздовжньої компоненти сили \tilde{X}_P , поперечної компонента сили \tilde{Y}_p і відносного момент \tilde{M}_P для максимально широкого діапазону зміни кута дрейфу і кутової швидкості. Розрахунки проводились для судна 1, при початковій швидкості $v_0 = 7.7 [\text{M/c}] = 14.97 [\text{knots}]$ і відносній швидкості $\tilde{v} = 1.2$.

Результати обчислені підтверджують, що навіть при малих значеннях кута дрейфу і кутової швидкості поперечна компонента сили \tilde{Y}_p і момент \tilde{M}_P на гвинті судна є не нульовими, а при зростанні кута дрейфу їх значення наближаються до поздовжньої складової сили \tilde{X}_P , і біля кута дрейфу $\beta \approx \pm 45^{\circ}$ мають значення одного порядку (по модулю). Ці результати добре узгоджуються із експериментальними дослідженнями роботи [7]. Слід також відмітити, що поперечна складова \tilde{Y}_p сили і момент \tilde{M}_P досягають своїх найбільших значень (по модулю) при $\beta \approx \pm 80^{\circ}$, при цьому знаки поперечної компоненти сили і моменту співпадають із знаком місцевого кута дрейфу. Що стосується поздовжньої складової сили \tilde{X}_p , то її найбільше значення досягається при прямолінійному русі ($\beta = 0^{\circ}$), а при $\beta \rightarrow \pm 70^{\circ}$ і $\omega \rightarrow \pm 2$ наближається до нуля, при $\beta \approx \pm 80^{\circ}$ і $\omega \approx \pm 2$ приймає від'ємне значення, це пояснюється тим, що при цих значеннях кута дрейфу і кутової швидкості, місцевий кут дрейфу β_P на гребному гвинті приймає значення: $|\beta_P| > \pm 90^{\circ}$, і отже напрям дії сил, спричиненої роботою гребного гвинта і напрям руху судна утворюють тупий кут.

Висновки і перспектива подальшої роботи по даному напрямку

Таким чином, досліджено вплив криволінійний рух судна на роботу гребного гвинта. Показано, що навіть при малих значеннях кута дрейфу і кутової швидкості судна поперечна складова сили на гвинті і момент є відмінними від нуля, і не можуть бути знехтуваними. Проаналізовані існуючі і запропоновані нові ефективні математичні моделі поздовжньої і поперечної компонент сили і моменту, спричинених роботою гребного гвинта судна в розмірному і безрозмірному видах. Зокрема, отримані прості подання для безрозмірних коефіцієнтів упору гвинта і моменту на валу гребного гвинта, коефіцієнтів попутного потоку, засмоктування і скосу потоку на гребному гвинті для довільних кутів дрейфу і кутової швидкості. Проведено числовий аналіз отриманих безрозмірних компонент сил і моменту, спричинених роботою гребного гвинта і показана їх адекватність. Показано, як змінюються вказані параметри для усіх можливих значень кута дрейфу і кутової швидкості. Для низки комерційних суден різного типу наведені технічні характеристики і розраховані динамічні параметри для побудови математичних моделей роботи гребного гвинта при криволінійному русі судна.



Отримані результати дозволять будувати загальні адекватні математичні моделі пропульсивного комплексу судна.

ЛІТЕРАТУРА

- 1. А. М. Басин, И.Я. Миниович, Теория и расчет гребных винтов. ГСИСП, Л. 1963.
- 2. А. Д. Гофман, *Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна*. Справочник, Л.: Судостроение. 1988.
- 3. О. Ф. Кривий, Методи математичного моделювання в задачах судноводіння, ОНМА, Одеса. 2015.
- 4. А. Ф. Кривой, М. В. Миюсов, "Математическая модель плоского движения судна при наличии ветродвижителей", *Судовождение*, вып. 26, С.110-119, 2016.
- 5. А. Ф. Кривой, М. В. Миюсов, "Математические модели гидродинамических характеристик пропульсивного комплекса судна для произвольных углов дрейфа", *Судовождение*, вып. 28, С. 88-103, 2018. DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.88-102
- 6. А. Ф. Кривий, М. В. Міюсов, "Нові математичні моделі повздовжніх гідродинамічних сил на корпусі судна". *Судноводіння*, 2020, 30. С. 88-98 DOI: 10.31653/2306-5761.30.2020.88-98
- М. П. Лебедева, Л. И. Вишневский. "Силы на гребном винте маневрирующего судна" Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова, т. 11, № 3, С. 554–564, 2019. DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-3-554-56.
- 8. М. В. Миюсов, Режимы работы и автоматизация пропульсивного комплекса теплохода с ветродвижителями, Одесса: ОГМА, ОКФА, 1996.
- 9. Р. Я. Першиц, Управляемость и управление судном, Л.: Судостроение, 1983.
- 10. В. К. Турбал, В. С. Шпаков, В. М. Штумпф, *Проектирование обводов и движетелей морских транспортных судов,* Л: Судостроение., 1983.
- 11. Ю. И. Юдин, И. И. Сотников, "Математические модели плоскопараллельного движения судна. Классификация и критический анализ", *Вестник МГТУ*, т. 9, № 2, С. 200-208, 2006.
- 12. M. Altosole, U. Campora, M. Figari, M. Laviola, M. Martelli, "A Diesel Engine Modelling Approach for Ship Propulsion Real-Time Simulators", *J. Mar. Sci. Eng.*, v. 7, 138. 2019. https://doi.org/10.3390/jmse7050138
- 13. Erhan Aksu, Ercan Köse, "Evaluation of Mathematical Models for Tankers Maneuvering Motions", *JEMS Maritime Sci*, v.5 №1, pp. 95-109, 2017. DOI: 10.5505/jems.2017.52523
- 14. Richard Biven, "Interactive Optimization Programs for Initial Propeller Design" *University of New Orleans Theses and Dissertations*. 1009. 2009. https://scholarworks.uno.edu/td/1009
- 15. S. Inoe, M. Hirano, K. Kijima, "Hydrodynamic derivatives on ship maneuvering", *Int. Shipbuilding Progress*, v. 28, № 321, pp. 67-80, 1981.
- Y. Furukawa, H. Ibaragi, Y. Nakiri and K. Kijima, "Shallow water effects on longitudinal components of hydrodynamic derivatives", 4th MASHCON, Hamburg - Uliczka et al. (eds)-Bundesanstalt für Wasserbau, 2016. DOI: 10.18451/978-3-939230-38-0_33
- D. Kang, V. Nagarajan, K. Hasegawa, et al, "Mathematical model of single-propeller twinrudder ship". *J Mar Sci Technol*, v. 13, pp. 207–222, 2008, https://doi.org/10.1007/s00773-008-0027-0

- 18. K. Kijima, "Prediction method for ship maneuvering performance in deep and shallow waters. Presented at the Workshop on Modular Maneuvering Models", *The Society of Naval Architects and Marine Engineering*, v.47, pp.121-130, 1991.
- 19. O. F. Kryvyi, M. V. Miyusov, "Mathematical model of hydrodynamic characteristics on the ship's hull for any drift angles", Advances in Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Taylor & Francis Group, London, UK., pp. 111-117, 2019.
- O. F. Kryvyi, M. V. Miyusov, "The Creation of Polynomial Models of Hydrodynamic Forces on the Hull of the Ship with the help of Multi-factor Regression Analysis", 8 International Maritime Science Conference. IMSC 2019. Budva, Montenegro, pp.545-555 http://www. imsc2019. ucg.ac.me/IMSC2019_ BofP. pdf
- 21. G. Kuiper, The Wageningen Propeller Series. MARIN Publication 92-001, 1992.
- 22. M.W.C. Osterveld and P. Van Ossanen. "Further computer-analyzed data of the Wageningen b-screw series", *Int. Ship. Progress*, v. 22, №251, 1975.
- 23. Report of Research committee on standardization of mathematical model for ship maneuvering predictions (P-29), 2013, Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers (in Japanese). http://www.jasnaoe.or.jp/research/pcommittee_end.
- 24. H. Shang, C. Zhan, Z. Liu, "Numerical Simulation of Ship Maneuvers through Self-Propulsion", *Journal of Marine Science and Engineering*, 9(9):1017, 2021. https://doi.org/10.3390/jmse9091017
- 25. Ni. Shengke, Zhengjiang Liu, and Yao Cai. "Ship Manoeuvrability-Based Simulation for Ship Navigation in Collision Situations" J. Mar. Sci. Eng. 2019, 7, 90; doi:10.3390/jmse7040090
- 26. S. Sutulo and C. Guedes Soares, "Mathematical Models for Simulation of Maneuvering Performance of Ships" *Marine Technology and Engineering*, (Taylor & Francis Group, London), p 661–698, 2011.
- Minh Tran, Jonathan Binns, Shuhong Chai, Alexander L Forrest and Hung Nguyen. "A practical approach to the dynamic modelling of an underwater vehicle propeller in all four quadrants of operation" *J Engineering for the Maritime Environment* 2019, Vol. 233(1) 333–344 <u>https://doi.org/10.1177/1475090217744906</u>
- 28. Y. Yoshimura, Y. Masumoto, "Hydrodynamic Database and Manoeuvring Prediction Method with Medium High-Speed Merchant Ships and Fishing", *International Conference on Marine Simulation and Ship Maneuverability (MARSIM 2012)* pp.494-504.
- 29. Yasuo Yoshimura, Masatoshi Kondo, Tomofumi Nakano, et al. "Equivalent Simple Mathematical Model for the Manoeuvrability of Twin-propeller Ships under the same propeller-rps". *Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, v.24, №0, p.157. 2016, https://doi.org/10.9749/jin.133.28
- 30. H. Yasukawa, Y. Yoshimura. "Introduction of MMG standard method for ship maneuvering predictions" *J Mar Sci Technol*, v. 20, 37–52pp, 2015. DOI 10.1007/s00773-014-0293-y
- Wei Zhang, Zao-Jian Zou, "Time domain simulations of the wave-induced motions of ships in maneuvering condition", *J Mar Sci Technol*, 2016, v. 21, pp. 154–166. DOI 10.1007/s00773-015-0340-3

32. Wei Zhang, Zao-Jian Zou, De-Heng Deng, "A study on prediction of ship maneuvering in regular waves" *Ocean Engineering*, v. 137, pp 367-381, 2017, http://dx.doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.03.046

REFERENCES

- 1. M. Bassin, I. Ja. Miniovich, *Theory and calculation of propellers*. GSISP, L. 1963.
- 2. A. D. Gofman, Propulsion and steering complex and ship maneuvering. Handbook. L .: Sudostroyenie.1988.
- 3. O. F. Kryvyi, *Methods of mathematical modeling in navigation*. ONMA, Odessa, 2015. (in Ukrainian)
- 4. O. F, Kryvyi, M. V. Miyusov, "Mathematical model of movement of the vessel with auxiliary wind-propulsors", Shipping & Navigation, v. 26, pp.110-119, 2016. (in Russian)
- O. F. Kryvyi, M. V. Miyusov, "Mathematical models of hydrodynamic characteristics of the ship's propulsion complex for any drift angles", *Shipping & Navigation*, v. 28, pp. 88-102, 2018. (in Russian), DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.88-102
- O. F. Kryvyi, M. V. Miyusov, "New mathematical models of longitudinal hydrodynamic forces on the ship's hull", *Shipping & Navigation*, v. 30, pp. 88-89, 2020 (in Ukrainian) DOI: 10.31653/2306-5761.30.2020.88-98
- M. P. Lebedeva, L. I. Vishnevskii, "Forces on the maneuvering ship propeller." Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova, v. 11, №3, 554–564, 2019. (in Russian). DOI: 10.21821/2309-5180-2019-11-3-554-56.
- 8. M. V. Miyusov, Modes of operation and automation of motor vessel propulsion unit with wind propulsors. Odessa, 1996. (in Russian).
- 9. R. Y. Pershytz, Dynamic control and handling of the ship. L: Sudostroenie, 1983. (in Russian)
- V. K. Turbal, V. S. Shpakov, V. M. Shtumpf, Desing of merchant ships form and propulsors. L: Sudostroenie, 1983.
- 11. Yudin Yu I, Sotnikov I I (2006) Mathematical models of ships plane-parallel motion. Classification and critical analysis. Proc. of the MSTU 9(2):200-208 (in Russian)
- M. Altosole, U. Campora, M. Figari, M. Laviola, M. Martelli, "A Diesel Engine Modelling Approach for Ship Propulsion Real-Time Simulators", J. Mar. Sci. Eng., v. 7, 138. 2019. https://doi.org/10.3390/jmse7050138
- 13. Erhan Aksu, Ercan Köse, "Evaluation of Mathematical Models for Tankers' Maneuvering Motions", *JEMS Maritime Sci*, v.5 №1, pp. 95-109, 2017. DOI: 10.5505/jems.2017.52523
- 14. Richard Biven, "Interactive Optimization Programs for Initial Propeller Design" *University of New Orleans Theses and Dissertations*. 1009. 2009. https://scholarworks.uno.edu/td/1009
- 15. S. Inoe, M. Hirano, K. Kijima, "Hydrodynamic derivatives on ship maneuvering", *Int. Shipbuilding Progress*, v. 28, № 321, pp. 67-80, 1981.
- Y. Furukawa, H. Ibaragi, Y. Nakiri and K. Kijima, "Shallow water effects on longitudinal components of hydrodynamic derivatives", 4th MASHCON, Hamburg - Uliczka et al. (eds)-Bundesanstalt für Wasserbau, 2016. DOI: 10.1851/978-3-939230-38-0_33

- D. Kang, V. Nagarajan, K. Hasegawa, et al, "Mathematical model of single-propeller twinrudder ship". *J Mar Sci Technol*, v. 13, pp. 207–222, 2008, https://doi.org/10.1007/s00773-008-0027-0
- 18. K. Kijima, "Prediction method for ship maneuvering performance in deep and shallow waters. Presented at the Workshop on Modular Maneuvering Models", *The Society of Naval Architects and Marine Engineering*, v.47, pp.121-130, 1991.
- 19. H. Yasukawa, Y. Yoshimura. "Introduction of MMG standard method for ship maneuvering predictions" *J Mar Sci Technol*, v. 20, 37–52pp, 2015. DOI 10.1007/s00773-014-0293-y
- 20. O. F. Kryvyi, M. V. Miyusov, "Mathematical model of hydrodynamic characteristics on the ship's hull for any drift angles", Advances in Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Taylor & Francis Group, London, UK., pp. 111-117, 2019.
- O. F. Kryvyi, M. V. Miyusov, "The Creation of Polynomial Models of Hydrodynamic Forces on the Hull of the Ship with the help of Multi-factor Regression Analysis", 8 International Maritime Science Conference. IMSC 2019. Budva, Montenegro, pp.545-555 http://www. imsc2019. ucg.ac.me/IMSC2019_ BofP. pdf
- 22. G. Kuiper. The Wageningen Propeller Series. MARIN Publication 92-001, 1992.
- 23. M.W.C. Osterveld and P. Van Ossanen. Further computer-analyzed data of the wageningen bscrew series. *Technical report, Netherlands Ship Model Basin*, Wageningen, the Netherlands, 1975.
- 24. Report of Research committee on standardization of mathematical model for ship maneuvering predictions (P-29), 2013, Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers (in Japanese). http://www.jasnaoe.or.jp/research/pcommittee_end
- H. Shang, C. Zhan, Z. Liu, "Numerical Simulation of Ship Maneuvers through Self-Propulsion", *Journal of Marine Science and Engineering*, 9(9):1017, 2021. https://doi.org/10.3390/jmse9091017
- 26. Ni. Shengke, Zhengjiang Liu, and Yao Cai. "Ship Manoeuvrability-Based Simulation for Ship Navigation in Collision Situations" J. Mar. Sci. Eng. 2019, 7, 90; doi:10.3390/jmse7040090
- 27. S. Sutulo and C. Guedes Soares, "Mathematical Models for Simulation of Maneuvering Performance of Ships" *Marine Technology and Engineering*, (Taylor & Francis Group, London), p 661–698, 2011.
- Minh Tran, Jonathan Binns, Shuhong Chai, Alexander L Forrest and Hung Nguyen. A practical approach to the dynamic modelling of an underwater vehicle propeller in all four quadrants of operation" *J Engineering for the Maritime Environment* 2019, Vol. 233(1) 333–344 https://doi.org/10.1177/1475090217744906
- 29. Y. Yoshimura, Y. Masumoto, "Hydrodynamic Database and Manoeuvring Prediction Method with Medium High-Speed Merchant Ships and Fishing", *International Conference on Marine Simulation and Ship Maneuverability (MARSIM 2012)* pp.494-504.
- 30. Yasuo Yoshimura, Masatoshi Kondo, "Tomofumi Nakano, et al. "Equivalent Simple Mathematical Model for the Manoeuvrability of Twin-propeller Ships under the same propeller-rps". *Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers*, v.24, №0, p.157. 2016, https://doi.org/10.9749/jin.133.28