

OPTIMAL CONTROL OF THE COMBINED PROPULSION SYSTEM OF A VESSEL WITH WIND PROPULSORS

ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ КОМБІНОВАНИМ ПРОПУЛЬСИВНИМ КОМПЛЕКСОМ СУДНА З ВІТРОРУШІЯМИ

M. V. Miyusov, *Dr. Sci., professor*, **O. F. Kryvyi**, *Dr. Sci., professor*,
М. В. Міюсов, *д.т.н., професор*, **О. Ф. Кривий** *д.ф.-м.н., професор*,
National University "Odessa Maritime Academy", Ukraine
Національний університет «Одеська морська академія», Україна

ABSTRACT

At the 80th session of the Marine Environment Protection Committee (MEPC) of the International Maritime Organization (IMO), a strategy was adopted to reduce greenhouse gas emissions from ships, starting from 2023 with the expansion of targets for combating hazardous emissions. This strategy includes expanded overall targets to achieve zero greenhouse gas emissions in the merchant fleet by 2050, a commitment to ensure the introduction of alternative fuels with zero or near zero greenhouse gas emissions by 2030. One of the important approaches to solving this problem is the use of wind propulsors as part of the ship's combined propulsion system. This use can be considered at the following stages: ship design, voyage planning and direct voyage execution. This work is devoted to the consideration of the last two aspects. Methods for determining two important values for determining the optimal operating modes of a combined propulsion complex with wind propulsors have been developed: the recommended average speed of the ship per voyage, a constant value that is present in the optimality criteria, and the distribution law of the optimal speed per voyage that would satisfy the given optimality criteria, particularly the minimum fuel consumption. To determine the recommended average ship speed per voyage, graphic and analytical methods were used to find the extrema of the objective functions, which show the dependence of the specific costs on the ship's speed. The problem of determining the optimal current ship's speed is formulated in the form of a variational isoparametric problem in the presence of restrictions in the class of piecewise-smooth functions, and a method of its solution is proposed. The obtained results made it possible to determine for a specific voyage, in particular, the dependence of the optimal ship's speed and specific fuel consumption on the speed and direction of the true wind, as well as the dependence of the specific hourly and total fuel consumption per voyage for various types of wind propulsors on the recommended average ship's speed per voyage. Calculations confirm that the use of wind propulsors significantly increases the economic efficiency of ship operation and leads to a decrease in environmental pollution.

Keywords: ship's propulsion system, wind propulsors, recommended average ship's speed per voyage, objective functions, optimal control, variational problem for conditional extremum.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

У відповідності до Паризьких домовленостей судноплавна галузь, як і будь-яка інша, потребує суттєвої декарбонізації, при цьому викиди на морському транспорті продовжують зростати. На 80-тій сесії ІМО МЕРС прийнята стратегія по скороченню викидів парникових газів на судах починаючи із 2023 року із розширенням цільових показників боротьби із небезпечними викидами. Ця стратегія включає розширені загальні цілі по досягненню нульових викидів парникових газів на торговому флоті до 2050 року, зобов'язання забезпечити впровадження альтернативних видів палива із нульовими або майже нульовими викидами

парникових газів до 2030 року. Одним із важливих підходів до розв'язання вказаної проблеми є впровадження вітрорушіїв (ВР) до пропульсивного комплексу та оптимізація спільної роботи ВР з головним двигуном (ГД) судна. Вказане впровадження можна розділити на етапи: проектування судна, планування рейсу і безпосереднє виконання рейсу. Виконанню останніх двох аспектів присвячена ця робота.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і виділення невирішених раніше частин загальної проблеми

Проблема використання додатково парусного оснащення суден є важливою актуальною науково-технічною проблемою, якій присвячена значна кількість робіт [1-28]. При цьому задачі оптимального керування судновим пропульсивним комплексом за наявності парусного оснащення потребують подальшого розвитку, оскільки такі задачі розглядалися в основному без урахування вітрорушіїв [5]. Загальна постановка динамічної задачі оптимального управління судна із ВР включає: математичну модель пропульсивного комплексу судна [1-3, 16 - 19], яка визначає зворотній зв'язок із органами управління судна, та критерії керування [3, 4], які визначають ціль управління, із урахуванням обмежень на фазові координати руху судна і параметри управління. Якщо обмежитись визначенням розподілу оптимальної швидкості за рейс, то до критеріїв керування достатньо доєднати заданий інтегральний показник, наприклад, рекомендовану середньорейсову швидкість судна, або заданий часу рейсу (так звана ізопериметрична задача). Розв'язанню саме такої задачі із урахуванням наявності ВР присвячена ця робота. Зауважимо, що наявність ВР вносить суттєві відмінності і складності при визначенні оптимальної швидкості судна, оскільки виникає потреба постійно враховувати швидкість і напрям дійсного вітру.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Ціллю даної роботи є розробка методики визначення двох важливих величин для визначення оптимальних режимів роботи пропульсивного комплексу за наявності ВР:

- рекомендованої середньорейсової швидкості судна, сталої величини, яка присутня в критеріях оптимальності;
- закону розподілу оптимальної поточної швидкості протягом рейсу, яка б задовольняла заданим критеріям оптимальності, зокрема мінімуму витрати пального за наявності ВР.

Виклад матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів

Методика визначення рекомендованих середньорейсових швидкостей судна.

Рекомендована середньорейсова швидкість судна за наявності ВР є стала величина (або кусково-стала), за рейс (або частину рейсу) і є екстремумом деякої *цільової функції*, яка може описувати витрати витрат палива, питомі витрати палива, експлуатаційні витрати, прибуток і т. п. Вибір середньорейсової швидкості судна багато в чому залежить від витрати палива при різних швидкісних режимах, так як затрати на паливо є однією з основних складових експлуатаційних витрат судна. Залежність витрати палива від швидкості руху судна $B = B(v)$ часто описується степеневою функцією виду [3]

$$B = kv_s^n, \quad (1)$$

де параметри k і n визначаються на підставі результатів ходових випробувань суден у різних умовах завантаження. Як правило, приймається показник ступеня $n = 3$.

В загальному випадку витрати палива, це сумарні витрати ГД, дизель-генераторів і допоміжних котлів. Для суден з ВР характер залежності витрати палива від швидкості судна багато в чому визначається вітро-хвильовими умовами навігації, а середньозважені значення швидкості судна і витрати палива на рейс (частину рейсу) істотно залежать від маршруту і

сезону року. Отримані в результаті моделювання залежності $B(v)$ для різних типів суден, як правило, апроксимуються алгебраїчними поліномами третього ступеня

$$B(v) = \sum_{m=0}^3 b_m v^m. \quad (2)$$

Коефіцієнти b_m моделі (2) можна отримати методами регресійного аналізу [16 - 19] на основі експериментальних даних. Зокрема, для танкера дедвейтом 5000 т на лінії Вентспілс – Х'юстон – Вентспілс в зимовий період із ВР площею 880 м² і без ВР значення коефіцієнтів математичної моделі (2) наведені в таблиці 1.

Таблиця 1. Значення коефіцієнтів математичної моделі (2)

Танкер	b_0	b_1	b_2	b_3
ВР 880 м ²	857.9739	-181.9533	10.01358	0.2121212
Без ВР	-425.7076	172.0023	-21.00682	1.113636

Питомі витрати палива на одиницю шляху описуються функцією $q_m(v) = \frac{B(v)}{v}$. Рекомендоване середнє значення швидкості v_{sr} , яке забезпечує мінімум витрат палива на одиницю шляху, повинно обертати в нуль похідну функції $q_m(v)$, і може бути визначено із рівняння $\frac{dq_m}{dv} = 0$, або із рівняння $\frac{d}{dv} \left(\frac{B(v)}{v} \right) = 0$. Останнє можна записати так

$$\frac{dB}{dv} = \frac{B(v)}{v}. \quad (3)$$

Як було сказано вище, залежність $B(v)$ часто подають у вигляді графіків, в цьому випадку розв'язання рівняння (3) зручно провести графічно, без відносно до аналітичного вигляду функції $B(v)$. Дійсно, розділивши змінні в рівнянні (3), після інтегрування, отримаємо

$$B(v) = k_B v. \quad (4)$$

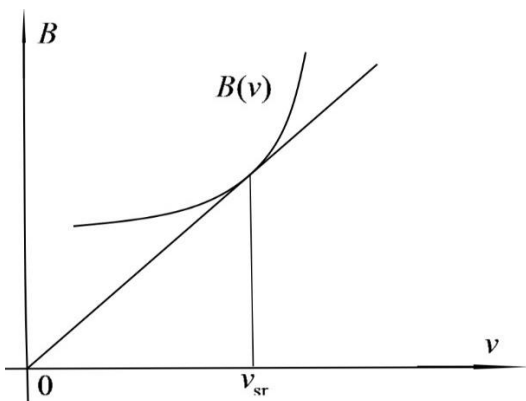


Рис.1. Графічний розв'язок рівняння (3)

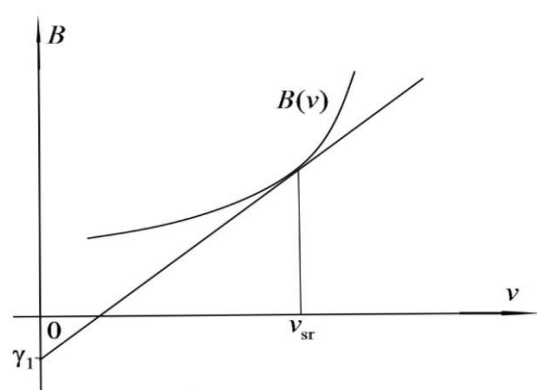


Рис.2. Графічний розв'язок рівняння (11)

Виходячи із рівняння (4) робимо висновок, що його розв'язком, тобто величиною середньорейсової швидкості v_{sr} , буде абсциса точки дотику кривої $B(v)$ і прямої, що проходить через початок координат (див. рис. 1).

Відмітимо, що цільові функції не можуть вичерпуватись функціями витрати пального. Дійсно, у деяких випадках, таких як обмежений тоннаж для забезпечення вантажоперевезень, високі фрахтові ставки, необхідність доставки вантажів в найкоротші терміни і можливість оперативної обробки вантажів в портах, судновласником може бути поставлено завдання виконати максимальний обсяг вантажоперевезень. Максимальні обсяги перевезень наявного

флоту можуть бути забезпечені експлуатацією суден на повному ході. При цьому ГД повинні працювати на максимальній тривалій робочій потужності незалежно від величини тяги ВД, що призведе до значного збільшення витрати палива.

Мінімум експлуатаційних витрат може бути прийнятий як цільова функція для вибору швидкості судна у разі наявності в достатній кількості тоннажу, відсутності жорстких обмежень за часом виконання рейсу (швидкість доставки вантажів)

Отже, загальні витрати судна на рейс можуть включати:

- 1) $\frac{L_{\Sigma} B \zeta_b}{v}$ – витрати пального на ходу, де ζ_b – вартість палива на одиницю маси;
- 2) $\frac{\zeta_c L_{\Sigma}}{v}$ – постійні витрати, які не залежать від того іде судно чи ні, де ζ_c – постійні

витрати на одиницю часу, які також включають капітальні витрати, амортизацію і всі експлуатаційні витрати судна, які розподіляються за період експлуатації;

- 3) $\frac{\zeta_s L_{\Sigma}}{v}$ – постійні витрати на рейс, де ζ_s – постійні витрати на рейс за одиницю часу,

включаючи заробітну плату екіпажу, витрати на харчування, страхування та інші витрати, пропорційні тривалості рейсу;

4) ζ_l – постійні витрати, пов'язані з виходом у рейс, прибуттям до порту, виконанням рейсу (сплата портових зборів, лоцманське проведення, проходження протоків і каналів тощо).

Загальні витрати за рейс ζ_{o1} , без урахування стоянки в порту подамо так

$$\zeta_{o1} = \zeta_l + \frac{L_{\Sigma}}{v} (B \zeta_b + \zeta_c + \zeta_s). \quad (5)$$

Очевидно, що ζ_{o1} є функцією швидкості судна v , і її величина, що забезпечує мінімальні витрати, повинна задовольняти умові: $\frac{d\zeta_{o1}}{dv} = 0$, або, з урахуванням представлення (5), наступному рівнянню

$$\frac{dB}{dv} = \frac{B + \gamma_1}{v}; \quad \gamma_1 = (\zeta_c + \zeta_s) \zeta_b^{-1}. \quad (6)$$

Для графічного розв'язання рівняння (6) досить відкласти на осі ординат відстань γ_1 від початку координат і провести дотичну від отриманої точки до кривої $B = B(v)$. Абсциса точки дотику визначає середньорейсову швидкість руху судна v_{sr} , яка забезпечує мінімальні витрати на рейс (див. рис. 2). Якщо відоме аналітичне подання для функції $B = B(v)$, то підставивши його в співвідношення (6) отримаємо рівняння відносно швидкості судна. Зокрема, для розвинення (2) отримаємо наступне рівняння.

$$v^3 + \frac{b_2}{2b_3} v^2 - \frac{b_0 + \gamma_1}{2b_3} = 0. \quad (7)$$

Останнє допускає явний розв'язок із використанням формул Кардано.

Якщо обмежитись поданням (1) для функції $B = B(v)$, то отримаємо відому формулу для визначення оптимальної швидкості по мінімуму експлуатаційних витрат

$$v_{sr} = \sqrt[3]{\frac{\gamma_1}{2k}}. \quad (8)$$

Беручи до уваги фіксований час перебування в порту, загальну вартість рейсу можна визначити як суму всіх витрат на час у морі і стоянку

$$\zeta_{o2} = \zeta_l + \frac{L_{\Sigma}}{v} (B\zeta_b + \zeta_c + \zeta_s) + T_h (\zeta_c + \zeta_h), \tag{9}$$

де ζ_h – витрати на експлуатацію в період стоянки за одиницю часу, включаючи витрати на паливо, заробітну плату, харчування та інші витрати, не включені в ζ_c .

В результаті визначення швидкості судна, що забезпечує мінімальну ζ_{o2} , виявляється, що вона повністю збігається з попереднім випадком і визначається рішенням рівнянь (6) або (7). Якщо фіксованим є загальний час T рейсу, включаючи стоянку біля причалу, то час стоянки дорівнює $T - \frac{L_{\Sigma}}{v}$. У цьому випадку загальна вартість виконання рейсу складе

$$\zeta_{o3} = \zeta_l + \frac{L_{\Sigma}}{v} (B\zeta_b - \zeta_h + \zeta_s) + T (\zeta_c + \zeta_h). \tag{10}$$

Прирівнявши похідну $\frac{d\zeta_{o3}}{dv}$ до нуля, після перетворень отримаємо рівняння для визначення швидкості судна, яке забезпечує мінімальні витрати на рейс при фіксованому часі рейсу, з урахуванням стоянки, у вигляді

$$\frac{dB}{dv} = \frac{B + \gamma_2}{v}, \quad \gamma_2 = (\zeta_h + \zeta_s) \zeta_b^{-1}. \tag{11}$$

Порівнюючи рівняння (11) і (6), можна зробити висновок, що графічний розв’язок рівняння (11) аналогічний, наведеному на рисунку 2, якщо там стали γ_1 замінити на γ_2 . Як видно із рівняння (11), в даному випадку оптимальна швидкість залежить від співвідношення витрат на ходу і на зупинці і не залежить від постійних витрат ζ_c .

Розглянемо визначення швидкості, що забезпечує максимальний прибуток. Якщо загальна виручка судна за рейс дорівнює D , а витрати визначаються за формулою (5), то прибуток за одиницю часу без урахування якірної стоянки можна представити виразом

$$p = \frac{D - \zeta_{o1}}{L_{\Sigma} v^{-1}}. \tag{12}$$

Враховуючи (5), знайдемо похідну $\frac{dp}{dv}$ і прирівняємо її до нуля. Після перетворень, отримаємо

$$\frac{dB}{dv} = \gamma_D, \quad \gamma_D = \frac{D - \zeta_l}{L_{\Sigma} \zeta_b}. \tag{13}$$

Розв’язком рівняння (13) є абсциса точки на кривій $B = B(v)$, в якій кутовий коефіцієнт дорівнює γ_D : $\text{tg} \alpha = \gamma_D$ (див. рис. 3).

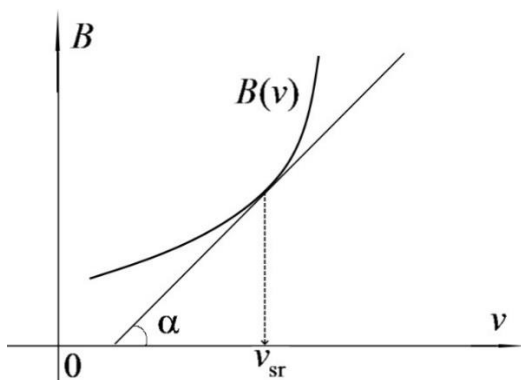


Рис.3. Графічний розв’язок рівняння (13)

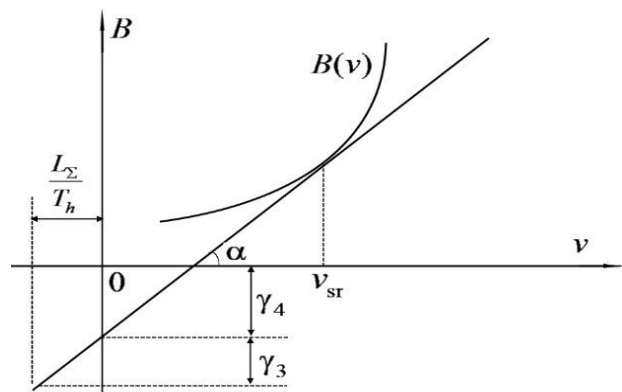


Рис.4. Графічний розв’язок рівняння (16)

Якщо залежність витрати палива від швидкості має вигляд (2), то із рівняння (13) отримаємо оптимальну швидкість, яка забезпечує максимальний прибуток за одиницю часу (без урахування стоянки) у вигляді

$$v_{sr} = -\frac{b_2}{3b_3} + \sqrt{\left(\frac{b_2}{3b_3}\right)^2 - \frac{b_1}{3b_3} + \frac{1}{3b_3}\gamma_D}. \quad (14)$$

Аналогічно може бути визначена швидкість судна, яка забезпечує максимальний прибуток за одиницю часу із урахуванням стоянки. В цьому випадку витрати за рейс описуються функцією (9), час рейсу складає $\frac{L_\Sigma}{v} + T_h$. Отже прибуток визначимо так

$$p = \frac{D - \zeta_{o2}}{\frac{L_\Sigma}{v} + T_h}. \quad (15)$$

Диференціювання подання (15) по швидкості, із урахуванням виразу (9) і подальшим прирівнюванням до нуля, після перетворень приводить до наступного диференціального рівняння

$$\frac{dB}{dv} = \frac{B + \gamma_3 + \gamma_4}{v + L_\Sigma T_h^{-1}}, \quad \gamma_3 = (\zeta_s - \zeta_h)\zeta_b^{-1}, \quad \gamma_4 = \gamma_D L_\Sigma T_h^{-1}. \quad (16)$$

Інтегрування диференціального рівняння (16) приводить до рівняння прямої

$$B = k_B \left(v + L_\Sigma T_h^{-1} \right) - (\gamma_3 + \gamma_4) \quad (17)$$

із довільним кутовим коефіцієнтом $k_B = \text{tg} \alpha$, де α – кут нахилу прямої. При $v = -L_\Sigma T_h^{-1}$, $B = -(\gamma_3 + \gamma_4)$, отже графічний розв'язок диференціального рівняння (16) є абсциса точки дотику кривої $B = B(v)$ і прямої (17) (див. рис. 4).

Аналітичний розв'язок рівняння (16) отримаємо, якщо врахувати подання (2). В цьому випадку для визначення оптимальної швидкості отримаємо наступне кубічне рівняння

$$v^3 + \left(\frac{b_2}{2b_3} + \frac{3L_\Sigma}{2T_h} \right) v^2 + \frac{b_2 L_\Sigma}{b_3 T_h} v + \frac{b_2 L_\Sigma}{b_3 T_h} - \frac{b_0}{2b_3} - \frac{\gamma_1 + \gamma_4}{2b_3} = 0, \quad (18)$$

розв'язання якого не викликає труднощів.

Неважко довести, що розв'язання задачі визначення швидкості судна, яка відповідає максимальному прибутку при фіксованому часі рейсу, збігається з випадком мінімальних експлуатаційних витрат ζ_{o3} .

Зауважимо, що для суднових дизелів обмежена тривала експлуатація при малих навантаженнях, для кожного двигуна рекомендується мінімальна тривала робоча потужність, яка в ряді випадків визначає економічну швидкість судна. Якщо швидкість, необхідна для проходження шляху S за даний час T більше, ніж швидкість v_1 , з якою судно може рухатися під ВР при зупинці ГД і менше швидкості v_2 , що відповідає руху під ВР і ГД, що працює на мінімальній тривалій робочій потужності:

$$v_1 < \frac{S}{T} < v_2,$$

то, щоб забезпечити мінімальну витрату палива, необхідно частину часу t_1 працювати тільки під ВР, а частину часу t_2 використовувати ВР і основний двигун разом. Час t_1 і t_2 легко визначити із умов

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = T \\ v_1 t_1 + v_2 t_2 = S \end{cases}$$

Звідси

$$t_1 = \frac{v_2 T - S}{v_2 - v_1}; t_2 = \frac{S - v_1 T}{v_2 - v_1}$$

Швидкості судна v_1 і v_2 залежать від вітро-хвильових умов і можуть бути знайдені в результаті моделювання руху судна при фактичних або прогнозованих параметрах вітру.

Розроблена методика дозволяє визначити рекомендовану середньорейсову швидкість руху судна за допомогою будь-якої з розглянутих цільових функції і розрахувати відповідні цій швидкості експлуатаційні витрати і прибуток. В якості вихідних даних приймається таблична залежність $B = B(v)$ і значення $\zeta_c, \zeta_s, \zeta_l, \zeta_h, \zeta_b, L_\Sigma, T_h, D$. Апроксимація поліноміальної залежності (2) виконується автоматично. Крім того, на основі запропонованої методики можна визначити оптимальну середню рейсову швидкість судна для різних експлуатаційних ситуацій при плануванні рейсу.

Однак, як було відмічено раніше, під час рейсу не завжди можливо підтримувати постійну швидкість, яка б була рівною рекомендованій середньорейсовій швидкості. Зокрема, на судно з ВР діють гідродинамічні і аеродинамічні сили, які постійно змінюються, впливаючи на миттєву швидкість і питомі витрати палива. Тому завданням оптимізації швидкості судна під час фактичного виконання рейсу є оптимальний розподіл швидкостей залежно від умов плавання, і отже оптимальну швидкість слід розглядати як функцію часу. Це обумовлює застосування до поставленої задачі варіаційного числення із критеріями оптимальності відносно функціоналів від швидкості судна. При цьому рекомендована середньорейсова швидкість носить інтегральний характер і присутня в додаткових умовах задачі, як сталий параметр.

Визначення оптимальних режимів спільної роботи головних двигунів і вітрорухіїв.

Основною задачею оптимізації режимів роботи енергетичних комплексів є задача мінімізації енерговитрат на технологічний процес, коли необхідно виконати умови, визначені завданнями більш високого рівня складної ієрархічної системи [3]. Беручи до уваги розглянутий вище підхід, для ієрархічного рівня «судно» такою умовою є досягнення заданої рекомендованої середньорейсової швидкості судна, або часу прибуття в порт призначення. Зазначена середньорейсова швидкість може бути досягнута за рахунок використання різних режимів спільної роботи ГД і ВР, але загальні витрати палива за рейс також будуть різним. Тому в якості критерію вибору оптимальних режимів спільної роботи ГД і ВР доцільно брати мінімальні сумарні енерговитрати на рейс при заданій рекомендованій середньорейсовій швидкості руху судна v_{sr} , яка в цьому випадку носить інтегральний характер. Отже, маємо наступну ізопараметричну задачу варіаційного числення на умовний екстремум: знайти екстремалі функціоналу

$$E_\Sigma = \int_0^{T_\Sigma} (B + B_{dg} + B_{vk}) dt \rightarrow \min, \quad (19)$$

при додатковій умові

$$\frac{1}{T_\Sigma} \int_0^{T_\Sigma} v(t) dt = v_{sr}, \quad (20)$$

де E_Σ – загальні енергетичні витрати за рейс в кг паливного еквівалента; B, B_{dg}, B_{vk} – витрата палива відповідно на роботу ГД, допоміжних двигунів (дизель-генераторів) і допоміжних котлів відповідно; T_Σ – час виконання рейсу; $v(t)$ – поточна швидкість судна.

Зауважимо, що середню швидкість руху судна за рейс v_{sr} можна розрахувати за допомогою методики викладеної вище, або, якщо фіксованим є час рейсу, то вказану швидкість визначимо так

$$v_{sr} = \frac{L_{\Sigma}}{T_{\Sigma}}.$$

Враховуючи що витрата палива для допоміжних двигунів і котлів практично не залежить від режиму роботи головного двигуна, розглянемо лише складову загальних енерговитрат, пов'язаних з витратою палива головними двигунами. Фактори, що визначають витрату палива, можна умовно розділити на дві групи: зовнішні умови і регульовані параметри, які можна контролювати в процесі експлуатації. До зовнішніх умов відносяться: вітер, морські хвилі, параметри навколишнього середовища (атмосферний тиск, температура повітря і морської води), завантаження судна, стан підводної частини корпусу і гребного гвинта судна, параметри палива, технічний стан двигуна.

До регульованих параметрів, що визначають витрату палива головного двигуна на судні з ВР включають: налаштування режиму обертання двигуна (положення паливної рукоятки або налаштування всережимного регулятора обертів ГД); статус ВР (робочий або неробочий); робоча площа і кут установки ВР (для роторів Флеттнера – кутова швидкість обертання ротора); регульовані параметри теплового стану дизеля; диферент (посадка) судна; кут установки лопатей гвинта регульованого кроку (ГРК) (при їх наявності) і т.д.

Всі зовнішні умови, незалежно від їх характеру, можуть бути представлені у вигляді функції моменту часу t і (або) координат шляху s [3]. Наприклад, вітер і хвилювання можна вважати функцією часу, а завантаження судна, яке змінюється в портах заходу, можна вважати функцією маршруту. Стан гребного гвинта, підводної частини корпусу, технічний стан двигуна і характеристики палива можна вважати незмінними протягом одного проходу судна між двома портами. Регульовані параметри (за винятком обмеження швидкості судна) повинні бути змінені згідно з відповідними законами на основі локальних критеріїв. Наприклад, стан ВР визначається швидкістю і напрямком вітру, а кут його установки вибирається з умови отримання максимальної рушійної сили ВР. Кут установки лопатей ГРК повинен забезпечувати мінімальну питому витрату палива (наприклад, за програмною залежністю «швидкість обертання валу головного двигуна – крок ГРК») при відповідній швидкості судна. Швидкість руху судна (за інших рівних умов) буде однозначно визначатися заданим значенням частоти обертання валу двигуна.

Отже, витрата палива ГД судна при змінних вітрових та хвильових умовах можна представити як функцію двох змінних – часу і швидкості судна

$$B = B(t, v). \quad (21)$$

Для вибору виду залежності (21) можна скористатись статистичним і квазістаціонарним підходами. При цьому час плавання можна розділити на n умовних інтервалів часу, у кожному з яких параметри вітру і хвилювання вважаються постійними. У момент часу $t = t_k$, де $t_k \in (0, T_{\Sigma})$, $k = \overline{1, n}$, відбувається миттєва зміна вітро-хвильових умов. Квазістаціонарний підхід дозволяє не враховувати динаміку перехідних рухів в моменти часу $t = t_k$. Отже, залежність (21) можна представити у вигляді кусково-гладкої функції з розривами першого роду в точках $t = t_k$:

$$B(v, t) = \sum_{m=0}^p b_m(t) v^m, \quad (22)$$

де $b_m(t) = b_{mk}$, при $t \in (t_k, t_{k+1})$, $k = \overline{1, n}$, $m = \overline{1, p}$

В якості управління в поставленій оптимізаційній задачі (19), (20) є швидкість руху судна $v(t)$. На управління поширюються обмеження знизу і зверху, які обумовлені обмеженнями на

тривалі умови експлуатації ГД. Керуючі обмеження є змінними і, при прийнятій постановці задачі, також є фрагментарними гладкими функціями часу.

Таким чином, для визначення оптимальних режимів спільної роботи ГД і ВР може бути сформульована наступна задача оптимального управління. У класі кусково-гладких функцій знайти мінімальну сумарну витрату палива ГД за рейс, яка визначається функціоналом

$$Q_{\Sigma} = \int_0^{T_{\Sigma}} B(t, v) dt, \quad (23)$$

при умові

$$\int_0^{T_{\Sigma}} v(t) dt = L_{\Sigma} \quad (24)$$

і наявності обмежень на управління у вигляді подвійної нерівності

$$v_{\min}(t) \leq v(t) \leq v_{\max}(t) \quad (25)$$

де $v_{\min}(t)$, $v_{\max}(t)$ – задані кусочно-гладкі функції з точками розриву $t = t_k, k = \overline{1, n}$.

Складність розглянутої задачі полягає в тому, що на управління накладаються обмеження і їх необхідно шукати в класі кусково-гладких функцій. Доведено можливість застосування класичних методів варіаційного числення з урахуванням деяких їх модифікацій [4] до розв'язання поставленої задачі. Розглянемо функціонал

$$Q = \int_a^b F(t, y, y') dt. \quad (26)$$

Нехай на функцію $y(t)$ накладені обмеження виду

$$y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}, \quad (27)$$

де $y_{\min}(t)$ и $y_{\max}(t)$, функції виду $\begin{cases} y_{\min}(t) = \tilde{y}_k; \\ y_{\max}(t) = \hat{y}_k \end{cases}; t \in (t_k, t_{k+1}), k = \overline{0, n}, t_0 = a, t_n = b. \tilde{y}_k, \hat{y}_k -$

задані числа.

Подальше обґрунтування спирається на наступні теореми [4].

Теорема 1. Екстремум функціоналу (26) в класі кусково-гладких функцій при наявності обмежень (27) може бути досягнутий тільки на кривих, що складаються з частин екстремалів і відрізків границі допустимої області (довжина частин границі або екстремалів може перетворюватися на нуль).

Теорема 2. Нехай функція $F(t, y, y')$ в функціоналі (26) має розриви першого роду в точках $t_k \in (a, b), k = \overline{1, n}$, тоді, якщо виконуються умови

$$\lim_{y' \rightarrow \infty} \frac{F(t, y, y')}{y'} = 0, \quad (28)$$

функціонал (26) досягне екстремуму в класі кусково-гладких функцій, які можуть в точках $t_k \in (a, b), k = \overline{1, n}$, стрибком переходити з одного значення на інше, а при $t \neq t_k$ задовольняти рівнянню Ейлера

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = 0, (t \neq t_k). \quad (29)$$

Теорема 3. Нехай функція $F(t, y, y')$ має розриви першого роду в точках $t_k \in (a, b), k = \overline{1, n}$, тоді при виконанні умови

$$\lim_{y' \rightarrow \infty} \frac{F(t, y, y')}{y'} = 0 \quad (30)$$

функціонал (26) при наявності обмежень (27) може досягти екстремуму в класі кусково-гладких функцій, які в точках t_k , $k = \overline{1, n}$, стрибком переходять з одного значення на інше, на кривих, що складаються з частин границі допустимої області і кусків екстремалей, задовольняють рівнянню Ейлера (29) при $t \neq t_k$.

Наведені теореми, дозволяють розв'язати поставлену оптимізаційну задачу (23)-(25) на умовний екстремум, яка з урахуванням інтегральної умови (24) є ізопериметричною. Із урахуванням умови (24) введемо функцію Лагранжа для функціоналу (23)

$$G = B(t, v) + \lambda_0 v, \quad (31)$$

де λ_0 – множник Лагранжа.

Для функції Лагранжа (31) завжди виконується умова (30), тобто

$$\lim_{v' \rightarrow \infty} \frac{B(t, v) + \lambda_0 v}{v'} = 0. \quad (32)$$

Отже, згідно з теоремою 3, екстремум функціоналу (23) при наявності обмежень (25) і умові (24) досягається в класі кусково-гладких функцій, що складаються із частин границь допустимої області (27) і екстремалей, визначених з рівняння Ейлера (29) для проміжної функції Лагранжа (33):

$$\frac{\partial G}{\partial v} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial G}{\partial v'} \right) = 0, t \in \bigcup_{k=1}^n (t_k, t_{k+1}). \quad (33)$$

При цьому в точках t_k , $k = \overline{1, n}$ керування стрибком переходить від одного значення до іншого.

Із урахуванням (31) рівняння (33) подамо так

$$\frac{\partial B}{\partial v} = C, t \in \bigcup_{k=1}^n (t_k, t_{k+1}), \quad (34)$$

де $C = -\lambda_0$. Підставив (22) в (32) отримаємо рівняння для визначення екстремалей

$$\sum_{m=0}^p m b_m(t) v^{m-1} = C, t \in \bigcup_{k=1}^n (t_k, t_{k+1}). \quad (35)$$

Якщо обмежитись в поданні (22) третім ступенем $p = 3$, розв'язок рівняння (35) отримаємо у вигляді

$$v_{\text{opt}} = -\frac{b_2(t)}{3b_3(t)} + \sqrt{\left(\frac{b_2(t)}{3b_3(t)} \right)^2 - \frac{b_1(t)}{3b_3(t)} - \frac{\lambda_0}{3b_3}}, t \in \bigcup_{k=1}^n (t_k, t_{k+1}). \quad (36)$$

Отже, для кожного інтервалу часу (t_k, t_{k+1}) , $k = \overline{0, n}$, що характеризується незмінними зовнішніми умовами, швидкість судна, яка забезпечує екстремум сумарної витрати палива, є постійною величиною, що визначається виразом (36). У моменти часу t_k , коли зовнішні умови змінюються, швидкість судна повинна бути змінена на нове значення відповідно до (36). Вираз (36) є необхідною умовою екстремуму функціонала (23). Для перевірки типу екстремуму скористаємося умовою Лежандра [5]. Визначимо знак другої похідної функції Лагранжа (33) за швидкістю судна при $t \neq t_k$, після перетворень отримаємо

$$\frac{\partial^2 G}{\partial v^2} = 2b_2(t) + 6b_3(t)v, t \in \bigcup_{k=1}^n (t_k, t_{k+1}). \quad (37)$$

Аналіз останнього виразу з урахуванням даних [3], показує, що в розглянутому діапазоні швидкостей судна його величина завжди більше нуля, тому на підставі умови Лежандра на екстремалях (36) функціонал (23) приймає мінімальне значення.

Зміст умови (34) полягає в тому, що при оптимальному управлінні швидкість судна повинна бути такою, щоб похідна витрати палива як функція швидкості судна була постійною при будь-яких змінах зовнішніх умов. Графічно точка на гвинтовій характеристиці, що відповідає оптимальному режиму, є точкою дотику кривої $B(t, v)$ і прямої з постійним кутовим коефіцієнтом, рівним постійній C в рівнянні (34).

Результати числових досліджень.

На основі запропонованого підходу розроблений пакет прикладних програм, який враховує вітро-хвилові характеристики маршрутів і дозволяє отримати низку важливих результатів стосовно спільної роботи ГД і ВР. Зокрема, на рис. 1 показано, як зміна кута напрямку дійсного вітру γ_t при його швидкості 15 м/с впливає на оптимальну швидкість судна v_{opt} і відповідну їй поточну витрату палива B . Розрахунки проводились для танкера дедвейтом 5000 т, оснащеного ВР площею 440 м², при середній рейсовій швидкості судна 10 вузлів. На рис. 2 показано, як змінюються середньорейсові витрати палива $B_{sr} = Q_{\Sigma}/T_{\Sigma}$, кг/год, в залежності від середньорейсової швидкості v_{sr} без ВР – крива 1, і із допоміжним жорстким парусним оснащенням площею 880 м² – крива 2. Розрахунки проводились для танкера дедвейтом 5000 т (з повним вантажем) на лінії Вентспілс – Х'юстон – Вентспілс (сезон – зима). Для того ж танкера, на тій же лінії, на рис. 3 показані загальні витрати палива за круговий рейс Q_{Σ} , т. При цьому крива 1 – відповідає судну без ВР, крива 2 – судну із ВР площею 440 м², крива 3 – судну із ВР площею 880 м², крива 4 – судну із ВР площею 880 м² і покращеним механізмом згортання паруса (парус не створює опору руху у неробочому стані).

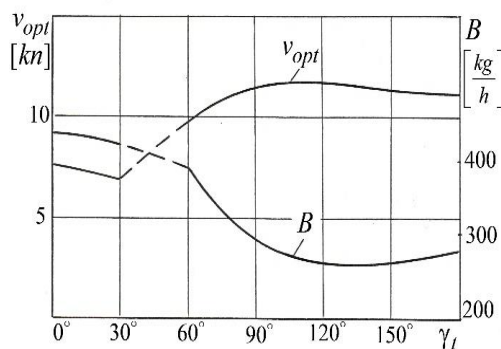


Рис. 5. Залежність v_{opt} і B від напрямку дійсного вітру γ_t .

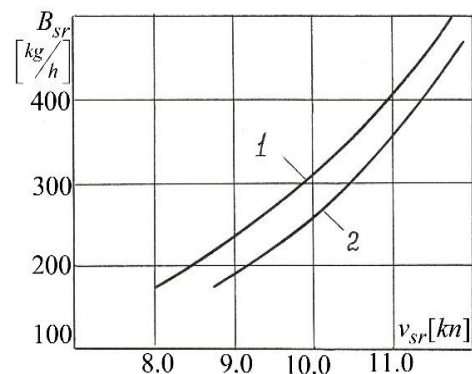


Рис. 6 Залежність середньорейсової витрати палива для судна без ВР і при наявності ВР.

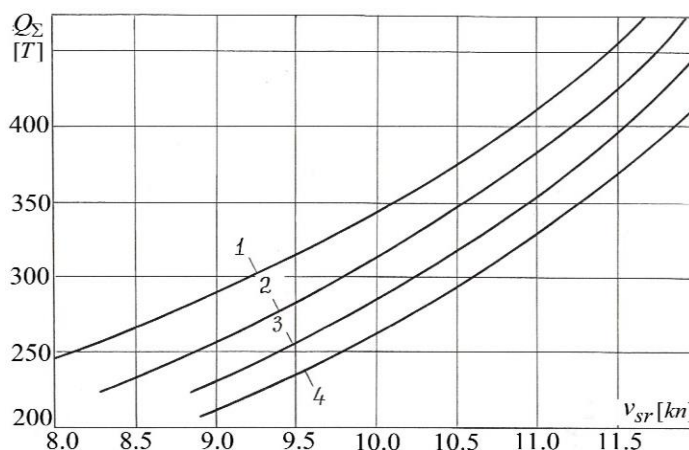


Рис. 7 Загальні витрати палива Q_{Σ} за рейс для різних типів ВР.

Висновки і перспектива подальшої роботи по даному напрямку

Розроблені методи визначення оптимальних швидкостей руху судна та інших важливих показників роботи пропульсивного комплексу із урахуванням допоміжних ВР, зокрема, середньо-рейсових і загальних витрат пального. Запропоновані методики проілюстровані на конкретних прикладах, які підтверджують, що використання ВР суттєво підвищує економічну ефективність експлуатації суден і призводить до скорочення шкідливих викидів парникових газів.

Запропонований підхід може бути застосований при розробці систем автоматичного керування судна за наявності ВР, а також при створенні суднових тренажерів.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Кривий О. Ф., Методи математичного моделювання в задачах судноводіння, ОНМА, Одеса. 2015.
- [2] А. Ф. Кривой, М. В. Миусов, Математическая модель плоского движения судна при наличии ветродвижителей. *Судноводіння*, вип. 26, С.110-119, 2016.
- [3] Миусов М. В. Режимы работы и автоматизация пропульсивного комплекса теплохода с ветродвижителями. Одесса: ОГМА, ОКФА – 1996 г.
- [4] Миусов М. В., Кривой А. Ф. (2003) Методы оптимизации режимов работы судового пропульсивного комплекса. *Судновые энергетические установки*. 8: 39-48, 2003.
- [5] Петров Ю. П. Вариационные методы теории оптимального исчисления. Л: Судостроение. 1977.
- [6] Ammar, N. R., & Seddiek, I. S. Wind assisted propulsion system onboard ships: case study Flettner rotors. *Ships and Offshore Structures*, 17(7), 1616–1627. 2022. <https://doi.org/10.1080/17445302.2021.1937797>
- [7] N. I. B. Ariffin and M. A. Hannan. Wingsail technology as a sustainable alternative to fossil fuel. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 788 012062. 2020. Doi: 10.1088/1757-899X/788/1/012062

- [8] Atkinson, G., Nguyen, H., Binns, J., & Pham, D. Considerations regarding the use of rigid sails on modern powered ships. *Cogent Engineering*, 5(1). 2018 <https://doi.org/10.1080/23311916.2018.1543564>
- [9] Atkinson, G. M., & Binns, J. Power profile for segment rigid sail. *Journal of Marine Engineering & Technology*. 17(2), 99–105. 2018. <https://doi.org/10.1080/20464177.2017.1319997>
- [10] Atkinson, G. M. (2019). Analysis of lift, drag and C_x polar graph for a 3D segment rigid sail using CFD analysis. *Journal of Marine Engineering & Technology*, 18(1), 36–45. <https://doi.org/10.1080/20464177.2018.1494953>
- [11] Marcus Bentin, et al. A New Routing Optimization Tool-influence of Wind and Waves on Fuel Consumption of Ships with and without Wind Assisted Ship Propulsion Systems, *Transportation Research Procedia*, 14, 2016, 153-162, <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.05.051>.
- [12] De Beukelaer, C. Tack to the future: is wind propulsion an ecomodernist or degrowth way to decarbonise maritime cargo transport? *Climate Policy*, 22(3), 310–319. 2022. <https://doi.org/10.1080/14693062.2021.1989362>
- [13] J. Cairns, et al. Numerical optimisation of a ship wind-assisted propulsion system using blowing and suction over a range of wind conditions. *Ocean Engineering*. V. 240, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109903>.
- [14] Fujiwara, T., Hearn, G., Kitamura, F. et al. Sail–sail and sail–hull interaction effects of hybrid-sail assisted bulk carrier. *J Mar Sci Technol*. 10, 82–95 2005. <https://doi.org/10.1007/s00773-005-0191-4>
- [15] Peter Kindberg *Wind-powered auxiliary propulsion in cargo ships*. Helsinki Metropolia University of Applied Sciences. Bachelor of Engineering Environmental engineering. 2015
- [16] Kryvyi O. F., Miyusov M. V. (2019). Mathematical model of hydrodynamic characteristics on the ship's hull for any drift angles. *Advances in Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. CRC Press: 111-117. <https://doi.org/10.1201/9780429341939>
- [17] Kryvyi O., Miyusov M. V. (2021) Construction and Analysis of Mathematical Models of Hydrodynamic Forces and Moment on the Ship's Hull Using Multivariate Regression Analysis. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 15 (4): 853-864. doi:10.12716/1001.15.04.18
- [18] Kryvyi O., Miyusov M.V., Kryvyi M. Construction and Analysis of New Mathematical Models of the Operation of Ship Propellers in Different Maneuvering Modes. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 17 (1): 853-864. 2023. doi:10.12716/1001.17.01.09
- [19] Kryvyi O., Miyusov M. V., Kryvyi M. Analysis of Known and Construction of New Mathematical Models of Forces on a Ship's Rudder in an Unbounded Flow. Analysis. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 17(4), 831-839. 2023. DOI:10.12716/1001.17.04.09
- [20] Qiao Li, et al. A study on the performance of cascade hard sails and sail-equipped vessels. *Ocean Engineering*, 98, 23-31, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.02.005>.
- [21] Lu, R., & Ringsberg, J. W. Ship energy performance study of three wind-assisted ship propulsion technologies including a parametric study of the Flettner rotor technology. *Ships and Offshore Structures*, 15(3), 249–258. 2020. <https://doi.org/10.1080/17445302.2019.1612544>
- [22] Reche-Vilanova, M.; Bingham, H. B.; Psarftis, H. N.; Fluck, M.; Morris, D. (2023) Preliminary Study on the Propeller and Engine Performance Variation with Wind. Propulsion Technologies, Wind Propulsion Conference, London, UK

- [23] Thies, F., & Ringsberg, J. W. Wind-assisted, electric, and pure wind propulsion – the path towards zero-emission RoRo ships. *Ships and Offshore Structures*, 18(8), (2023). 1229–1236. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2111923>
- [24] I. M. Viola, M. Sacher, J. Xu, F. Wang. A numerical method for the design of ships with wind-assisted propulsion. *Ocean Engineering*, 105: 33-42, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.06.009>.
- [25] Cong Wang, et al. A novel cooperative optimization method of course and speed for wing-diesel hybrid ship based on improved A* algorithm, *Ocean Engineering*, 302, 2024, 117669, <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.117669>.
- [26] Wang K. et al. Joint energy consumption optimization method for wing-diesel engine-powered hybrid ships towards a more energy-efficient shipping, *Energy, Elsevier*, vol. 245(C). 2022. DOI: 10.1016/j.energy.2022.123155
- [27] Y. Wang et al. (2022) Analysis on the Development of Wind-assisted Ship Propulsion Technology and Contribution to Emission Reduction, 2022 IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 966 012012 DOI 10.1088/1755-1315/966/1/012012
- [28] Yoshimura Y. A Prospect of Sail-Assisted Fishing Boats, *Fisheries Science*, 68(2), 1815-1818, 2002. https://doi.org/10.2331/fishsci.68.sup2_1815

REFERENCES

- [1] Kryvyi O. F.: Methods of mathematical modeling in navigation. ONMA, Odessa, 2015.
- [2] Kryvyi O.F., Miyusov M. V. Mathematical model of movement of the vessel with auxiliary wind-propulsors. *Shipping & Navigation*. 26: 110-119, 2016.
- [3] Miyusov M. V.: Modes of operation and automation of motor vessel propulsion unit with wind propulsors. Odessa, 1996
- [4] Miyusov M.V., Krivoy O.F. (2003) Methods of Working Mode Optimization of Ship Propulsion Complex. *Ship Power Plants*. 8: 39-48
- [5] Petrov Yu. P. Variational methods of the theory of optimal calculus. L: Sudostroenie, 1977.
- [6] Ammar, N. R., & Seddiek, I. S. Wind assisted propulsion system onboard ships: case study Flettner rotors. *Ships and Offshore Structures*, 17(7), 1616–1627. 2022. <https://doi.org/10.1080/17445302.2021.1937797>
- [7] N. I. B. Ariffin and M. A. Hannan. Wingsail technology as a sustainable alternative to fossil fuel. *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* 788 012062. 2020. Doi: 10.1088/1757-899X/788/1/012062
- [8] Atkinson, G., Nguyen, H., Binns, J., & Pham, D. Considerations regarding the use of rigid sails on modern powered ships. *Cogent Engineering*, 5(1). 2018 <https://doi.org/10.1080/23311916.2018.1543564>
- [9] Atkinson, G. M., & Binns, J. Power profile for segment rigid sail. *Journal of Marine Engineering & Technology*. 17(2), 99–105. 2018. <https://doi.org/10.1080/20464177.2017.1319997>
- [10] Atkinson, G. M. (2019). Analysis of lift, drag and C_X polar graph for a 3D segment rigid sail using CFD analysis. *Journal of Marine Engineering & Technology*, 18(1), 36–45. <https://doi.org/10.1080/20464177.2018.1494953>
- [11] Marcus Bentin, et al. A New Routing Optimization Tool-influence of Wind and Waves on Fuel Consumption of Ships with and without Wind Assisted Ship Propulsion Systems, *Transportation Research Procedia*, 14, 2016, 153-162, <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2016.05.051>.

- [12] De Beukelaer, C. Tack to the future: is wind propulsion an ecomodernist or degrowth way to decarbonise maritime cargo transport? *Climate Policy*, 22(3), 310–319. 2022. <https://doi.org/10.1080/14693062.2021.1989362>
- [13] J. Cairns, et al. Numerical optimisation of a ship wind-assisted propulsion system using blowing and suction over a range of wind conditions. *Ocean Engineering*. V. 240, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109903>.
- [14] Fujiwara, T., Hearn, G., Kitamura, F. et al. Sail–sail and sail–hull interaction effects of hybrid-sail assisted bulk carrier. *J Mar Sci Technol*. 10, 82–95 2005. <https://doi.org/10.1007/s00773-005-0191-4>
- [15] Peter Kindberg *Wind-powered auxiliary propulsion in cargo ships*. Helsinki Metropolia University of Applied Sciences. Bachelor of Engineering Environmental engineering. 2015
- [16] Kryvyi O. F., Miyusov M. V. (2019). Mathematical model of hydrodynamic characteristics on the ship's hull for any drift angles. *Advances in Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. CRC Press: 111-117. <https://doi.org/10.1201/9780429341939>
- [17] Kryvyi O., Miyusov M. V. (2021) Construction and Analysis of Mathematical Models of Hydrodynamic Forces and Moment on the Ship's Hull Using Multivariate Regression Analysis. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 15 (4): 853-864. doi:10.12716/1001.15.04.18
- [18] Kryvyi O., Miyusov M.V., Kryvyi M. Construction and Analysis of New Mathematical Models of the Operation of Ship Propellers in Different Maneuvering Modes. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 17 (1): 853-864. 2023. doi:10.12716/1001.17.01.09
- [19] Kryvyi O., Miyusov M. V., Kryvyi M. Analysis of Known and Construction of New Mathematical Models of Forces on a Ship's Rudder in an Unbounded Flow. Analysis. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 17(4), 831-839. 2023. DOI:10.12716/1001.17.04.09
- [20] Qiao Li, et al. A study on the performance of cascade hard sails and sail-equipped vessels. *Ocean Engineering*, 98, 23-31, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.02.005>.
- [21] Lu, R., & Ringsberg, J. W. Ship energy performance study of three wind-assisted ship propulsion technologies including a parametric study of the Flettner rotor technology. *Ships and Offshore Structures*, 15(3), 249–258. 2020. <https://doi.org/10.1080/17445302.2019.1612544>
- [22] Reche-Vilanova, M.; Bingham, H. B.; Psaraftis, H. N.; Fluck, M.; Morris, D. (2023) Preliminary Study on the Propeller and Engine Performance Variation with Wind. *Propulsion Technologies, Wind Propulsion Conference, London, UK*
- [23] Thies, F., & Ringsberg, J. W. Wind-assisted, electric, and pure wind propulsion – the path towards zero-emission RoRo ships. *Ships and Offshore Structures*, 18(8), 2023). 1229–1236. <https://doi.org/10.1080/17445302.2022.2111923>
- [24] I. M. Viola, M. Sacher, J. Xu, F. Wang. A numerical method for the design of ships with wind-assisted propulsion. *Ocean Engineering*, 105: 33-42, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.06.009>.
- [25] Cong Wang, et al. A novel cooperative optimization method of course and speed for wing-diesel hybrid ship based on improved A* algorithm, *Ocean Engineering*, 302, 2024, 117669, <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.117669>.
- [26] Wang K. et al. Joint energy consumption optimization method for wing-diesel engine-powered hybrid ships towards a more energy-efficient shipping, *Energy, Elsevier*, vol. 245(C). 2022. DOI: 10.1016/j.energy.2022.123155
- [27] Y. Wang et al. (2022) Analysis on the Development of Wind-assisted Ship Propulsion Technology and Contribution to Emission Reduction, 2022 IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 966 012012 DOI 10.1088/1755-1315/966/1/012012
- [28] Yoshimura Y. A Prospect of Sail-Assisted Fishing Boats, *Fisheries Science*, 68(2), 1815-1818, 2002. https://doi.org/10.2331/fishsci.68.sup2_1815