

DETERMINING THE EFFECTIVENESS OF OBSERVED SHIP COORDINATES IN THE CASE OF THEIR QUASI-PROBABILISTIC ESTIMATES

ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ОБСЕРВОВАНИХ КООРДИНАТ СУДНА В РАЗІ ЇХ КВАЗІПРАВДОПОДІБНИХ ОЦІНОК

B. Alieksieichuk, senior lecturer

Б.М. Алексєйчук, ст. викладач

National University "Odessa Maritime Academy", Ukraine

Національний університет "Одеська Морська Академія", Україна

ABSTRACT

To prevent navigation accidents, it is essential to continuously monitor a vessel's position with high accuracy. This is typically achieved using redundant position lines (LP), whose random errors may follow not only a normal distribution but also mixed distributions of two types. If the coordinates of a vessel are computed using a method other than the maximum likelihood method, accuracy may be compromised. This issue is especially relevant in coastal and inland waters where correlation navigation systems are applied, or in regions with poor satellite coverage where alternative positioning systems are used. This paper aims to evaluate the efficiency of observed vessel coordinates when they are calculated using the maximum likelihood method, assuming a first-type mixed error distribution, while actual navigation measurement errors follow a normal distribution. Analytical expressions for calculating coordinate efficiency are derived, and its values are obtained using Simpson's method of numerical integration. Given that random errors under the mixed law of the first type rarely exceed ± 6 standard deviations, integration is performed within this range for a normalized random error. The results confirm the feasibility of applying the maximum likelihood method under the assumed conditions, providing a practical basis for improving positioning accuracy in challenging navigation environments.

Keywords: navigational safety, efficiency of the coordinates, mixed distribution laws of the first type.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими або практичними завданнями

Для запобігання навігаційної аварійності процес судноводіння потребує безперервного контролю місця судна із необхідною точністю, для чого використовуються надлишкові лінії положення (ЛП), випадкові похибки яких можуть бути розподілені не лише по нормальному закону, а і по змішаним законам двох типів. Якщо розрахунок обсервованих координат судна проводиться методом, який не являється методом максимальної правдоподібності, то відбуватися втрата їх точності. Наприклад, до втрати точності веде розрахунок координат методом найменших квадратів по ЛП, похибки яких розподілені по змішаному закону. В зв'язку з цим виникає потреба в оцінці ефективності обсервованих координат судна в таких ситуаціях, що являється актуальним при плаванні в районах застосування систем кореляційної навігації в прибережних і внутрішніх водах, а також в зонах поганого проходження сигналу супутникових систем, де використовуються альтернативні системи контролю місця судна. Це актуально і при визначенні місця судна з допомогою ЕКНІС по дистанціям і пеленгам.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і виділення невирішених раніше частини загальної проблеми

Проблема забезпечення точності судноводіння розглянута у багатьох роботах, присвячених тематиці безпеки мореплавання.

Статистичні дані похибок вимірювань навігаційних параметрів, отриманих шляхом натурних спостережень, представлено у роботах [1, 2], аналіз який показав, що розподіл похибок не підкоряється нормальному закону. Показано відмінності розподілу похибок від нормального закону. Можливості застосування узагальненого закону розподілу Пуассона для опису залежних випадкових величин розглянуто у роботах [3, 4].

У роботі [5] запропоновано ортогональне розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірів для вирішення задачі визначення місця судна в разі наявності надмірних вимірів.

Для характеристики випадкових навігаційних похибок вимірювань у роботі [6] розглянуто змішані закони двох типів, а, як показано в роботі [7], похибки вимірювань відстаней та пеленгів з допомогою РЛС часто мають розподіл по змішаним законам першого та другого типу, але відсутній аналіз, як від цього залежить точність визначення місця судна.

Геометричний фактор, що впливає на значення дисперсії обсервації і залежить від кількості та взаємного розташування ЛП, розглянуто в роботі [8]. Отримані аналітичні вирази для дисперсії обсервації в разі розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів по нормальному закону та по змішаним законам першого і другого типу. Також проаналізовано можливість покращення точності визначення місця судна шляхом використання додаткових ліній положення та мінімізації геометричного фактору.

Аналіз даних по точності визначення місця судна супутниковою навігаційною системою приведено в роботі [9], з якого випливає неможливість припущення про розподіл похибок вимірювання широти та довготи за нормальним законом, що зумовлює необхідність використання інших законів розподілу.

Результатам дослідження використання розрахованих поправок станції в районі порту Щецін при застосуванні системи DGPS присвячена робота [10], яке підтвердило доцільність їх урахування при визначенні позиції судна. Відзначено, що отримані результати ведуть до більш ефективного використання системи DGPS при навігації в околицях порту Щецін.

Питання точності координат визначення місця судна, розрахованих методом найменших квадратів, у разі надмірних вимірів розглянуто в роботі [11]. Показано вплив суттєвих чинників на точність координат визначення місця судна.

У роботах [12, 13] відзначається, що в ситуаціях, коли закон розподілу похибок вимірювань відрізняється від нормального закону, то використання методу найменших квадратів для розрахунку значень обсервованих координат судна не забезпечує їх ефективні оцінки.

Як показано в роботі [14], під час шторму існують навігаційні обмеження для входу судна в гавань, яка розташована на відкритому морському побережжі. Це обумовлено тим, що для судна, яке входить в гавань, в умовах шторму виникає можливість зіткнення з хвилеломом через небезпечні зсуви щодо програмної траєкторії. Розроблені індекси оцінки безпеки входу в гавань, які базуються на проведених натурних дослідженнях траєкторій руху судна.

Роботи [15-19] присвячені питанням, які пов'язанні із забезпеченням точності судноводіння апаратними засобами.

Модель оцінки ймовірності відповідності точності визначення координат глобальної супутникової навігаційної системи (GNSS) існуючим вимогам представлена в роботі [15]. Також запропоновано розробку моделі, що вимагає накопичення необхідного об'єму спостережень похибок положення, які виникають від різних типів збурень середовища та

впливають на точність визначення позиції. Через це модель знижує ймовірність відмови при дотриманні вимог до точності визначення позиції даних додатків GNSS.

Розглянута в роботі модель демонструється для полярного регіону, причому використовуються виміряні псевдодальності GNSS на опорній станції мережі Міжнародної служби GNSS Iqaluit в Канаді.

У статті [16] приведено аналіз сигналу Galileo E1 та його залежності від різних типів збурень та показано, що проводилося їх моделювання, тобто хаотичних імпульсних збурень, білого шуму і вузькосмугових збурень. Також виявлено вплив цих чинників на сигнал E1. Для зазначених типів збурень були одержані спектральні структури, які були включені в сигнал E1 з використанням програмного продукту Matlab. Показано, що використовувався фільтр Калмана з ціллю фільтрації білого шуму з адитивної суміші сигналу E1. При розробці приймачів та технічних пристроїв підвищеної надійності, які здатні протистояти цим типам збурень, можуть бути використані результати цієї роботи.

Робота [17] присвячена опису випадкової фази сигналу E6 супутникової навігаційної системи Galileo. На базі наявної інформації було розроблено математичні моделі вимірювальних сигналів системи Галілео. Для деяких сигналів приведена візуалізація їх структури та визначена їх частота. В статті також представлена блок-схема генерації таких сигналів та розроблено фазову модель E6 сигналу від системи Galileo.

Проведене моделювання показало, що сигнал E6, що приймається з супутника, характеризується нестабільною частотою, яка являється стаціонарним процесом. Згідно з результатами моделювання ефект Доплера має значний вплив на випадкову фазу сигналу E6, що може вплинути на точність навігаційних вимірювань за цим сигналом. Результати одержаного моделювання випадкової фази сигналу E6 придатні для оцінки стійкості системи Galileo до збурень.

Розробка моделі руху літального апарату в геоцентричній системі координат (ECEF – Earth-Centered, Earth-Fixed) представлено у роботі [18], з допомогою якої може бути досліджена точність радіонавігаційних систем. При розробці моделі використано математичний опис руху літального об'єкта у геоцентричній системі координат.

В статті приведено процедуру моделювання руху літального апарату з використанням геоцентричної системи координат, причому комп'ютерне моделювання проводилося з допомогою програмного продукту Matlab.

У роботі [19] розглянуто краудсорсингову батиметрію (CSB) щодо нової концепції збору батиметричних даних. CSB визначається, як процедура збирання та використання інформації про метеорологічні дані, які отримані дослідницькими суднами, що оснащені відповідними приладами і виконують стандартні операції у морі. Дані, які були зібрані за допомогою системи CSB є цінним доповненням до наявних даних, що зібрані гідрографічними роботами. В роботі також наведено відмінності між гідрографічною зйомкою та CSB і аналізуються чинники, які впливають на безпеку судноплавства.

В попередніх п'яти роботах розглянуто основні фактори, які впливають на стабільність радіонавігаційних систем і на точність визначення координат об'єктів-споживачів.

Як показано у роботі [20], стохастичні спостереження як правило супроводжуються знаннями щодо їхньої поведінки. Сучасні комп'ютерні програми на етапі навчання використовуються зазвичай необроблені набори даних. Щоб отримати параметри, потрібні для обчислення схеми логічного висновку, на даному етапі досліджуються доступні дані. Початкова обробка даних дає змогу виявляти умовні залежності. Спочатку проводиться оновлення гістограм і оцінки їх невизначеності. За допомогою принципів нечітких систем визначається модифікована ступінчаста структура, представлена локально ін'єктивними функціями густини, які можливо трактувати як діаграми умовних залежностей з ідентифікованою невизначеністю, що дає змогу сформувати базові вірогідності призначення.

Показники невизначеності, правдоподібності та вірогідності визначаються з початкових необроблених даних. Також розглядається проблема структур переконань, які модернізовані із моделі невизначеності, для вирішення проблеми фіксації позиції.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Метою роботи являється визначення ефективності обсервованих координат судна для випадку їх розрахунку методом максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону першого типу у разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за нормальним законом.

Виклад матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів

Як показано в роботах [4, 11], експериментально було встановлено, що похибки вимірювання навігаційних параметрів часто розподілені як по нормальному закону, так і по змішаним законам першого і другого типу. Тому для забезпечення максимальної точності обсервації в разі наявності надлишкових ліній положення для розрахунку координат слід використовувати метод максимальної правдоподібності, алгоритм якого визначається аналітичним виразом щільності розподілу похибок виміру навігаційного параметра. Тобто дійсний закон розподілу випадкових похибок під час вимірювань співпадає із передбачуваним законом їх розподілу, який визначає метод розрахунку координат. Наприклад, якщо похибки мають нормальний закон розподілу (дійсний закон розподілу), і розрахунок координат проводиться методом найменших квадратів (передбачуваний закон розподілу), який являється методом максимальної правдоподібності для нормального закону розподілу. У цьому випадку дійсний і передбачуваний закони розподілу співпадають, і ефективність обсервованих координат максимальна, тобто дорівнює одиниці.

В разі, коли дійсний і передбачуваний закони являються різними, то, як показано в роботі [12], ефективність розрахованих координат менша одиниці, що свідчить про втрату їх точності. У цих випадках одержують їх квазіправдоподібні оцінки.

Ефективність обсервованих координат судна має статистичну інтерпретацію, тобто згідно [12] дорівнює відношенню норми мінімально можливої коварійної матриці $K_{\min}(x, y)$ обсервованих координат до норми їх коваріаційної матриці $K_{\text{pos}}(x, y)$, яка забезпечується застосуванням методом розрахунку координат.

Ефективність є квазіправдоподібною оцінкою обсервованих координат судна визначається виразом [4]:

$$e = \frac{q^2}{ps}$$

де p , s і q – невласні інтеграли, які визначаються щільностями дійсного і передбачуваного розподілу. Припустимо, що дійсне розподіл похибок виміру навігаційного параметра описується щільністю $f(x)$, а щільністю передбачуваного закону розподілу, яким проводиться розрахунок обсервованих координат, є $\phi(x)$. Для отримання оцінки ефективності необхідно знайти невласні інтеграли q , p і s , використовуючи вирази [4]:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right] \phi(x)}{\phi^2(x)} - \left[\frac{\partial}{\partial x} \phi(x) \right]^2 \right\} dx ,$$

$$p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[\frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 \right\} dx \quad i$$

$$s = \int_{R1} \frac{\left[\frac{\partial}{\partial x} f(x) \right]^2}{f(x)} dx.$$

Так як похибки виміру ЛП, по яким визначається обсервація судна, можуть мати нормальний або змішаний закон розподілу, то дійсним можуть бути обидва закони розподілу. Розрахунки обсервованих координат можуть проводитися методом найменших квадратів, якщо вважається, що має місце нормальний закон розподілу, або методом максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону розподілу. Під час вимірювань невідомо дійсний закон розподілу похибок, а розрахунок обсервованих координат може проводитися методом найменших квадратів або методом максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону.

Тому втрата точності визначення місця судна можлива у двох випадках. По-перше, якщо вважається, що похибки розподілені по нормальному закону і для розрахунку координат застосовується метод найменших квадратів, а дійсним розподілом похибок являється змішаний закон. По-друге, дійсним являється нормальний закон розподілу похибок, але вважається, що вони мають змішаний закон розподілу, тому координати розраховуються методом максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону.

В першому випадку щільність передбачуваного нормального закону розподілу похибок ЛП $\phi(x)$ виражається наступним чином:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right),$$

а щільність $f(x)$ дійсного змішаного закону розподілу першого типу:

$$f(x) = \frac{A_m}{(x^2/2 + \lambda)^{m+1}},$$

де A_m - нормуючий множник, причому $A_m = \frac{2^{2m}(m!)^2}{\sqrt{2\pi}(2m)!} \lambda^{m+1/2}$;

m - суттєвий параметр, який набуває цілих чисел;

λ - масштабний параметр.

В роботі [4] детально розглянуто цей випадок і показано, що ефективність квазіправдоподібної оцінки обсервованих координат e , розрахованих методом найменших квадратів у разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за змішаним законом першого типу менше одиниці, а її значення в залежності від суттєвого параметра m розраховуються за формулою:

$$e = 1 - \frac{3}{2m^2 + 3m + 1}. \quad (1)$$

Значення ефективності e , розраховані за допомогою виразу (1), наведені в табл. 1.

Таблиця 1. Ефективність змішаного розподілу першого типу

m	1	2	3	4	5	6
e	0,5	0,8	0,893	0,934	0,955	0,968

Відповідно до наведеної таблиці зі зростанням m змішаний розподіл наближається до нормального, а ефективність e – до одиниці.

В даній роботі розглянемо ситуацію, коли передбачуваним законом розподілу похибок виміру навігаційного параметра являється змішаний закон розподілу першого типу, щільність якого $\phi(x)$ представлена виразом:

$$\phi(x) = \frac{A_m}{(x^2/2 + \lambda)^{m+1}},$$

а дійсним законом розподілу - нормальний закон із щільністю $f(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$

Знайдемо ефективність квазіправдоподібної оцінки обсервованих координат e_f , розрахованих методом максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону першого типу у разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за нормальним законом. Для цього потрібно знайти невластні інтеграли p , s і q , що потребує пошуку першої похідної щільності $\phi(x)$:

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{A_m}{(x^2/2 + \lambda)^{m+1}} \right] = -\frac{A_m(m+1)}{(x^2/2 + \lambda)^{m+2}} x.$$

Друга похідна щільності $\phi(x)$ має вигляд:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) = \frac{\partial}{\partial x} \left[-\frac{A_m(m+1)}{(x^2/2 + \lambda)^{m+2}} x \right] = -A_m(m+1) \frac{\partial}{\partial x} [(x^2/2 + \lambda)^{-(m+2)} x], \text{ причому}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [(x^2/2 + \lambda)^{-(m+2)} x] = -(m+2)(x^2/2 + \lambda)^{-(m+3)} x^2 + (x^2/2 + \lambda)^{-(m+2)}, \text{ тому}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) = -A_m(m+1) [-(m+2)(x^2/2 + \lambda)^{-(m+3)} x^2 + (x^2/2 + \lambda)^{-(m+2)}] =$$

$$A_m(m+1) \left[\frac{(m+2)x^2}{(x^2/2 + \lambda)^{m+3}} - \frac{1}{(x^2/2 + \lambda)^{m+2}} \right].$$

Також має місце вираз:

$$\left[\frac{\frac{\partial}{\partial x} \phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 = \left[\frac{-\frac{A_m(m+1)}{(x^2/2 + \lambda)^{m+2}} x}{\frac{A_m}{(x^2/2 + \lambda)^{m+1}}} \right]^2 = \left[-\frac{(m+1)x}{(x^2/2 + \lambda)} \right]^2 = \frac{(m+1)^2 x^2}{(x^2/2 + \lambda)^2}.$$

Розглянемо невластний інтеграл p .

$$p = \int_{R1} f(x) \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\phi(x)}{\phi(x)} \right]^2 \right\} dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{(m+1)^2 x^2}{(x^2/2 + \lambda)^2} \right] dx, \text{ або}$$

$$p = \frac{(m+1)^2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{x^2}{(x^2/2 + \lambda)^2} \right] dx. \quad (2)$$

Звертаємо увагу, що невластний інтеграл q може бути записаний наступним чином:

$$q = \int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right]}{\phi(x)} \right\} dx - p.$$

Знайдемо невластний інтеграл:

$$\int_{R1} f(x) \left\{ \frac{\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) \right]}{\phi(x)} \right\} dx =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left\{ \frac{A_m(m+1) \left[\frac{(m+2)x^2}{(x^2/2 + \lambda)^{m+3}} - \frac{1}{(x^2/2 + \lambda)^{m+2}} \right]}{\frac{A_m}{(x^2/2 + \lambda)^{m+1}}} \right\} dx =$$

$$= \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{(m+2)x^2}{(x^2/2 + \lambda)^2} - \frac{1}{(x^2/2 + \lambda)} \right] dx.$$

Тому

$$q = \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{(m+2)x^2}{(x^2/2 + \lambda)^2} - \frac{1}{(x^2/2 + \lambda)} \right] dx - p =$$

$$\frac{(m+2)}{(m+1)} \frac{(m+1)^2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{x^2}{(x^2/2 + \lambda)^2} \right] dx - \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{1}{(x^2/2 + \lambda)} \right] dx - p,$$

або

$$q = \frac{(m+2)}{(m+1)} \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} p - p - \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{1}{(x^2/2 + \lambda)} \right] dx = \left[\frac{(m+2)}{(m+1)} - 1 \right] p - \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} J, \text{ тобто}$$

$$q = \left[\frac{(m+2)}{(m+1)} - 1 \right] p - \frac{(m+1)}{\sqrt{2\pi\sigma}} J, \quad (3)$$

$$\text{де } J = \int_{R1} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \left[\frac{1}{(x^2/2 + \lambda)} \right] dx.$$

Вочевидь,

$$s = \frac{1}{\sigma^2}.$$

Отримані вирази (2) і (3) для невластних інтегралів p і q не можливо представити через елементарні функції в дійсному вигляді, тому їх можливо розрахувати з допомогою чисельного інтегрування. Враховуючи, що значення випадкової похибки вимірювань, яка розподілена по змішаному закону першого типу, практично не може бути більшим 6 середньо квадратичних відхилень (с.к.в.) [4], чисельне інтегрування проводилося в межах ± 6 с.к.в. Для інтегрування застосовувався метод Сімпсона. Залежність масштабних параметрів розподілів σ і λ визначається за умови рівності дисперсії розподілів, і має вигляд:

$$\lambda = \sigma^2 \frac{2m-1}{2}.$$

Інтегрування проводилося для нормованої випадкової похибки, для якої $\sigma^2 = 1$. Результати розрахунку ефективності ef представлені в останньому рядку табл. 2. Для порівняння у другому рядку таблиці приведені значення ефективності e , коли для розрахунку координат застосовується метод найменших квадратів, а випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за змішаним законом першого типу.

Таблиця 2. Ефективності e і ef нормального та змішаного розподілу першого типу

m	1	2	3	4	5	6
e	0,5	0,8	0,893	0,934	0,955	0,968
ef	0,761	0,901	0,942	0,961	0,972	0,979

Аналіз таблиці показує, що застосування методу максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону першого типу являється більш доцільним через те, що ефективність ef має більшу величину ніж e .

Висновки і перспектива подальшої роботи по даному напрямку

1. Розглянуто випадок застосування методу максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону першого типу у разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за нормальним законом

2. Отримані аналітичні вирази для розрахунку ефективності обсервованих координат судна і одержанні її значення в залежності від суттєвого параметру чисельним інтегруванням методом Сімпсона.

3. Показана доцільність застосування методу максимальної правдоподібності для передбачуваного змішаного закону першого типу.

Надалі доцільне дослідження застосування методу найменших квадратів у разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені за узагальненим законом Пуассона.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] D. A. Hsu, "An analysis of error distribution in navigation", *The Journal of Navigation*, Vol. 32, no. 3. pp. 426 - 429, 2003.
- [2] В.Т. Кондрашихін. Визначення місцезнаходження судна. М.: Транспорт, 1989.
- [3] В.Є. Сікірін. "Опис навігаційних похибок за допомогою узагальненого розподілу Пуассона", *Судноводіння*, Вип. 26, С. 152–156, 2016.

- [4] Д.В. Астайкін, В.Є. Сікірін, І.І. Ворохобін, Б.М. Алексеїчук. Оцінка точності координат судна за умов надлишкових вимірювань. Saarbrucken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017.
- [5] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and I. Fusar, "Application of Orthogonal Decomposition of Mixed Laws' Density Distribution of Navigational Measurement Errors", In the 25th International Scientific Conference Transport Means 2021 Sustainability: Research and Solutions, 06.10, 2021, pp. 477-481.
- [6] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and V. Severin, "Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 707-711.
- [7] D. Astaykin, A. Golikov, A. Bondarenko, O. Bulgakov, "The Effectiveness of Ship's Position Using the Laws of Distribution of Errors in Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09.2020, pp. 662-666.
- [8] Б.М. Алексеїчук, "Залежність точності обсервації від суттєвих чинників та шляхи її покращання", *Судноводіння*, Вип. 36, DOI: 10.31653/2306-5761.36.2024.10-19, С. 10-19, 2024.
- [9] Luis Monteiro, "What is the accuracy of DGPS?", *J. Navig.* vol. 58, no. 2, pp. 207-225, 2005.
- [10] R. Bober, P. Grodzicki, Z. Kozlowski and A.Wolski, "The DGPS system improve safety of navigation within the port of Szczecin", In the 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 23.05, 2005, pp. 192-194.
- [11] І.О. Бурмака, Б.М. Алексеїчук, "Точність координат визначення місця судна, розрахованих методом найменших квадратів, у разі надмірних вимірів", *Судноводіння*, Вип. 35, DOI: 10.31653/2306-5761.35.2023.10-21, С. 10-21, 2023.
- [12] В.М. Мудров, В.Л. Кушко. Методи обробки вимірів. М.: Радянське радіо, 1976.
- [13] В.В. Степаненко. "Ефективність оцінки параметрів ситуації небезпечного зближення суден ", *Судноводіння*, Вип. 2, С. 201 – 209, 2000.
- [14] Kubo Masayoshi, Sakakibara Shigeki, Hasegawa Yoshimi and Nagaoka Tadao."Research of method of calculation of probability of collision of ship with the rectangular bull of bridge at tearing down by wind and flow", *Jap. Inst. Navig.* no. 104, pp. 225-233, 2001.
- [15] E. Malić, N. Sikirica, D.Špoljar and R. Filjar. "A Method and a Model for Risk Assessment of GNSS Utilisation with a Proof-of-Principle Demonstration for Polar GNSS Maritime Applications", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.03, pp. 43-50, 2023.
- [16] M. Džunda, S. Čikovský and L. Melniková. "Model of the Signal of the Galileo Satellite Navigation System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi: 10.12716/1001.17.01.04, pp. 51-59, 2023.
- [17] M. Džunda, S. Čikovský and L. Melniková. "Model of the Random Phase of Signal E6 of the Galileo Satellite Navigation System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.05, pp. 61-68, 2023.
- [18] M. Džunda. "Model of the Motion of a Navigation Object in a Geocentric Coordinate System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 15, no. 4, doi:10.12716/1001.15.04.10, pp. 791-794, 2021.

- [19] I. Pavić, J. Mišković, J. Kasum and D. Alujević. "Analysis of Crowdsourced Bathymetry Concept and It's Potential Implications on Safety of Navigation", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 14, no. 3, doi:10.12716/1001.14.03.21, pp. 681-686, 2020.
- [20] W. Filipowicz. "Position Fixing and Uncertainty", *TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, vol. 17, no. 4, doi:10.12716/1001.17.04.15, pp. 887-893, 2023.

REFERENCES

- [1] D. A. Hsu, "An analysis of error distribution in navigation", *The Journal of Navigation*, Vol. 32, no. 3, pp. 426 - 429, 2003.
- [2] V.T. Kondrashikhin *Location of ship*. M.: Transport, 1989.
- [3] V.E. Sikirin, "Description of navigation errors by the generalized distributing of Puasson", *Shipping & Navigation*, vol. 26. - pp. 152 – 156, 2016.
- [4] D.V. Astayrin., V.E. Sikirin, I.I. Vorokhobin and B.M. Alekseychuk, *Estimation of exactness of coordinates of ship at the surplus measuring*. Saarbrücken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017.
- [5] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and I. Fusar, "Application of Orthogonal Decomposition of Mixed Laws' Density Distribution of Navigational Measurement Errors", In the 25th International Scientific Conference Transport Means 2021 Sustainability: Research and Solutions, 06.10, 2021, pp. 477-481.
- [6] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and V. Severin, "Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 707-711.
- [7] D. Astaykin, A. Golikov, A. Bondarenko, O. Bulgakov, "The Effectiveness of Ship's Position Using the Laws of Distribution of Errors in Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 662-666.
- [8] B.M. Aliyeksiyeychuk, "Dependence of observation accuracy on significant factors and ways to improve it", *Shipping & Navigation*, vol. 36, DOI: 10.31653/2306-5761.36.2024.10-19, pp. 10-19, 2024.
- [9] Luis Monteiro, "What is the accuracy of DGPS?", *J. Navig.* vol. 58, no. 2, pp. 207-225, 2005.
- [10] R. Bober, P. Grodzicki, Z. Kozłowski and A.Wolski, "The DGPS system improves safety of navigation within the port of Szczecin", In the 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 23.05, 2005, pp. 192-194.
- [11] I.O. Burmka, B.M. Alekseychuk "Accuracy of the coordinates of the ship's designated place, calculated by the least squares method, in the times of overworldly worlds" *Shipping & Navigation*, vol. 35, DOI: 10.31653/2306-5761.35.2023.10-21, pp. 10-21, 2023.
- [12] V.M. Mudrov, V.L. Kushko. *Methods of treatment of measurings*, M.: Sovetskoe radio, 1976.
- [13] V.V. Stepanenko. "Efficiency of assessing the parameters of the situation of dangerous approach of ships", *Shipping & Navigation*, vol. 2, pp. 201 – 209, 2000.
- [14] Kubo Masayoshi, Sakakibara Shigeki, Hasegawa Yoshimi and Nagaoka Tadao. "Research of method of calculation of probability of collision of ship with the rectangular bull of bridge at tearing down by wind and flow", *Jap. Inst. Navig.* no. 104, pp. 225-233, 2001.

- [15] E. Malić, N. Sikirica, D.Špoljar and R. Filjar. "A Method and a Model for Risk Assessment of GNSS Utilisation with a Proof-of-Principle Demonstration for Polar GNSS Maritime Applications", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.03, pp. 43-50, 2023.
- [16] M. Džunda, S. Čikovský and L. Melniková. "Model of the Signal of the Galileo Satellite Navigation System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi: 10.12716/1001.17.01.04, pp. 51-59, 2023.
- [17] M. Džunda, S. Čikovský and L. Melniková. "Model of the Random Phase of Signal E6 of the Galileo Satellite Navigation System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.05, pp. 61-68, 2023.
- [18] M. Džunda. "Model of the Motion of a Navigation Object in a Geocentric Coordinate System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 15, no. 4, doi:10.12716/1001.15.04.10, pp. 791-794, 2021.
- [19] I. Pavić, J. Mišković, J. Kasum and D. Alujević. "Analysis of Crowdsourced Bathymetry Concept and It's Potential Implications on Safety of Navigation", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 14, no. 3, doi:10.12716/1001.14.03.21, pp. 681-686, 2020.
- [20] W. Filipowicz. "Position Fixing and Uncertainty", *TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, vol. 17, no. 4, doi:10.12716/1001.17.04.15, pp. 887-893, 2023.