

УДК 656.61.052.484

DOI: 10.31653/2306-5761.31.2021.130-135

**VESSEL'S POSITION ACCURACY REDUCTION DEPENDING ON THE METHOD OF CALCULATION FOR REDUNDANT MEASUREMENTS****ЗМЕНШЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ СУДНА ЗАЛЕЖНО ВІД СПОСОБУ РОЗРАХУНКУ ПРИ НАДЛИШКОВИХ ВИМІРАХ**

**I.I. Vorokhobin**, *DSc, associate professor*, **I.O. Burmaka**, *DSc, associate professor*,  
**I.Yu. Fusar**, *PhD student*

**I.I. Ворохобін**, *д.т.н, доцент*, **I.O. Бурмака**, *д.т.н, доцент*, **I.Ю. Фусар**, *аспірант*  
*National University «Odessa Maritime Academy», Ukraine*  
*Національний університет «Одеська морська академія», Україна*

**ABSTRACT**

*The article indicates that in order to control the position of the vessel, measurements of the navigation parameters are made, according to which its coordinates are calculated. In the case of redundant measurements, the coordinates are calculated by the least-squares method, which is effective only when the measurement errors are distributed according to the normal law. As studies of recent decades have shown, navigation measurement errors often do not obey the normal law, while the use of the least-squares method leads to a loss of coordinate accuracy. For this reason, it is necessary to analyze the possibility of calculating the coordinates of the vessel in the presence of redundant measurements by an alternative method using the orthogonal decomposition of the error distribution density.*

*The paper provides an analysis of the latest achievements and publications, in which the solution of this problem has been started and previously unsolved parts of the general problem are highlighted. It is shown that, as a result of the analysis of statistical data of errors of navigation measurements obtained in field observations, the distribution of errors of navigation measurements differs from the normal law. This is also evidenced by the analysis of statistical materials on the accuracy of determining the position of the vessel using a satellite radio navigation system receiver, which showed that the hypothesis on the distribution of random errors in determining latitude and longitude according to the Gaussian law is not correct.*

*Evaluation of the efficiency of the observed coordinates of the vessel in the presence of redundant lines of position is made and it is shown that with mixed distribution laws, the efficiency is less than one. The possibility of using mixed laws of two types and the generalized Poisson's law for describing random errors of navigation measurements is shown.*

*It is shown that the dependence of the accuracy of the observed coordinates on the method of their calculation is determined by the laws of the assumed and actual distribution of the probabilities of measurement errors, and the accuracy estimate is determined using improper integrals, the expressions for which are given in the work. It is emphasized that if the assumed and actual laws of the distribution of the probabilities of measurement errors are different, then there is a loss of accuracy of the observed coordinates. An expression has been chosen to characterize the loss of precision.*

*At the expense of the accuracy of the observational coordinates of the vessel, it was considered that the function of the problem was determined by the law of another type. Obtained the equations for the given cases. The formula has been assigned to the accuracy of the accuracy for the normal deceit. Equations were also obtained for assessing the loss of accuracy in the form of the positioning of the observed coordinates using the additional method of orthogonal spreading of the line position. It is necessary to carry out the measurements of the accuracy for both types of*

*data and the accuracy of the vessel coordinates, obtained by the method of victorious orthogonal distribution.*

**Keywords:** navigation safety, methods of calculation of coordinates, loss of exactness, orthogonal decompositions.

### **Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями**

Для контролю місця судна проводяться вимірювання навігаційних параметрів, за якими розраховуються його координати. У разі надлишкових вимірювань координати розраховуються методом найменших квадратів, який є ефективним тільки при розподілі похибок вимірювань за нормальним законом. Як показали дослідження останніх десятиліть, похибки навігаційних вимірювань часто не підкоряються нормальному закону, при цьому застосування методу найменших квадратів веде до втрати точності координат.

З цієї причини слід провести аналіз можливості розрахунку координат судна при наявності надлишкових вимірів альтернативним методом, що використовує ортогональне розкладання щільності розподілу похибок.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і виділення невирішених раніше частин загальної проблеми**

У багатьох роботах вітчизняних і зарубіжних вчених висвітлені питання підвищення точності визначення місця судна. В роботах [1, 2] представлений аналіз статистичних даних похибок навігаційних вимірювань, отриманих в натурних спостереженнях, який показує, що розподіл похибок навігаційних вимірювань відрізняється від нормального закону.

Аналіз статистичних матеріалів точності визначення місця судна за допомогою приймача супутникової радіонавігаційної системи проведений в роботі [3], з якого випливає, що гіпотеза про розподіл випадкових похибок визначення широти та довготи за законом Гауса не є коректною і викликає необхідність використання інших законів розподілу.

В роботі [4] наведені результати перевірки статичних гіпотез законів розподілу похибок навігаційних вимірювань, з яких випливає, що похибки вимірювань радіолокаційних відстаней і пеленгів в основному підкоряються змішаним законам першого і другого типу, а дослідження можливості опису систем залежних випадкових величин за допомогою узагальненого розподілу Пуассона з базовим нормальним розподілом розглянуто в роботі [5].

Як зазначено в роботі [6], якщо закон розподілу похибок відрізняється від закону Гауса, то застосування методу найменших квадратів для розрахунку значень обсервованого координат судна не дозволяє отримати їх ефективні оцінки, а в роботі [7] проведена оцінка ефективності обсервованих координат судна при наявності надлишкових ліній положення і представлено, що при змішаних законах розподілу ефективність менше одиниці, і вона прагне за величиною до одиниці зі зростанням істотного параметра.

В роботі [8] запропоновані змішані закони двох типів для опису випадкових похибок навігаційних вимірювань, а в роботі [9] з такою ж метою розглянуто узагальнений закон Пуассона.

З розглянутих робіт враховується, що для попередження втрати точності розрахованих координат потрібно замість методу найменших квадратів розглянути альтернативні методи, що і є предметом дослідження даної статті.

### **Формулювання цілей статті (постановка завдання)**

Метою статті є оцінка втрати точності координат судна в залежності від способу їх розрахунку при надлишкових вимірах.

### Виклад матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів

В роботі [6] представлено, що залежність точності обсервованих координат від методу їх розрахунку визначається законами передбачуваного і дійсного розподілу ймовірностей похибок вимірювань, які характеризуються відповідно щільностями  $\phi(\xi)$  та  $f(\xi)$ . Оцінка точності розраховується за допомогою невласних інтегралів:

$$p = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \left[ \frac{\partial \phi(\xi)}{\partial \xi} \right]^2 \right\} d\xi,$$

$$q = \int_{R1} f(\xi) \left\{ \frac{\left[ \frac{\partial^2 \phi(\xi)}{\partial \xi^2} \right] \phi(\xi) - \left[ \frac{\partial \phi(\xi)}{\partial \xi} \right]^2}{\phi^2(\xi)} \right\} d\xi.$$

$$s = \int_{R1} \frac{\left[ \frac{\partial f(\xi)}{\partial \xi} \right]^2}{f(\xi)} d\xi.$$

Якщо передбачуваний і дійсний закони розподілу ймовірностей похибок вимірювань відрізняються, то відбувається втрата точності обсервованих координат [6], як характеристики  $\Delta$  доцільно вибрати вираз:

$$\Delta = ps - q^2. \quad (1)$$

Як представлено в роботі [6], при розрахунку обсервованих координат методом максимальної правдоподібності втрата точності  $\Delta = 0$ , так як передбачуваний і дійсний закони розподілу ймовірностей похибок вимірювань збігаються.

Розглянемо втрату точності обсервованого координат судна, якщо дійсна щільність розподілу ймовірностей похибок ліній положення є щільністю змішаного розподілу другого типу.

При розрахунку координат методом найменших квадратів передбачувана щільність розподілу похибок  $\phi(\xi)$  є нормальною, а дійсна щільність відноситься до змішаного розподілу другого типу, яка має наступний аналітичний вигляд [5]:

$$f_2(\xi) = \frac{D_n}{(\xi^2/2 + \lambda)^{m+3/2}},$$

де  $D_n$  - нормуючий множник розподілу;

$\lambda$  - масштабний параметр розподілу;

$m$  - істотний параметр розподілу, який приймає тільки цілочисельні значення.

Нормована щільність  $g_2(\eta)$  має наступний вигляд:

$$g_2(\eta) = \frac{B_2}{(\eta^2/2n+1)^{m+3/2}},$$

де  $B_2 = \frac{(2m+1)!}{(2m)^{1/2} 2^{2m+1} (m!)^2}$  - нормуючий множник.

Передбачувана щільністю нормального розподілу:

$$\phi(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

В роботі [10] отримані вирази для невластних інтегралів  $q$ ,  $p$ , и  $s$ , що мають наступний вигляд:

$$q = -\frac{1}{\sigma^2},$$

$$p = \frac{\lambda}{m\sigma^4}.$$

$$s = \frac{(2m+3)(m+1)}{\lambda(2m+5)}$$

В цьому випадку втрата точності для нормованої похибки ( $\sigma^2=1$ ):

$$\Delta_G = \frac{(m+1)(2m+3)}{m(2m+5)} - 1.$$

Таким чином, значення зменшення точності  $\Delta_G$  оцінки обсервованого координат, розрахованих методом найменших квадратів в разі, коли випадкові похибки навігаційних вимірювань розподілені по другому змішаного закону відрізняються від нуля і в залежності від істотного параметра  $m$  приведені до табл. 1.

При розрахунку обсервованого координат за допомогою методу ортогонального розкладання щільності похибок ліній положення для оцінки зменшення точності  $\Delta_R$  необхідно розглянути ортогональний розподіл щільності  $\psi(x)$  нормованої випадкової величини з одиничною дисперсією, яке має наступний вигляд :

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2) \left[1 + \frac{(\mu_4-3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3)\right].$$

Для зручності визначимо  $f_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)$ , тоді:

$$\psi(x) = f_N(x) \left[1 + \frac{(\mu_4-3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3)\right].$$

Залежності невластних інтегралів  $p$ ,  $q$  и  $s$  від щільностей  $g_2(x)$  та  $\psi(x)$  мають наступний вигляд:

$$p = \int_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \left\{ \frac{-x + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} [-x^5 + 10x^3 - 15x]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx, \quad (2)$$

$$q = \int_{R1} \frac{B_2}{(x^2/2n+1)^{n+3/2}} \left\{ \frac{Q(x) + \frac{(\mu_4 - 3)}{6} [-2x^4 + 9x^2 - 3]}{1 + \frac{(\mu_4 - 3)}{24} (x^4 - 6x^2 + 3)} \right\}^2 dx - p. \quad (3)$$

$$s = \frac{(2m + 3)(m + 1)}{m(2m + 5)}. \quad (4)$$

Був проведений розрахунок зменшення точності  $\Delta_R$  для щільності  $g_2(x)$  для значень істотного параметра  $n$ , відповідно 3, 4, 5, 6, 8, 10. За виразами (2) та (3) було проведено розрахунок невластних інтегралів  $p$  та  $q$  методом Сімпсона в межах інтегрування від -6 до 6. Інтеграл  $s$  розраховується за формулою (4). За допомогою виразу (1) проводиться розрахунок зменшення точності  $\Delta_R$ , а відповідно отримані значення представлені у другому рядку табл. 1, в першому рядку якої - значення  $\Delta_G$ .

Таблиця 1. Втрата точності  $\Delta_G$  та  $\Delta_R$  змішаного закону другого типу

n	3	4	5	6	8	10
$\Delta_G$	0,09	0,057	0,04	0,029	0,018	0,012
$\Delta_R$	0,004	0	0	0	0	0

Аналіз табл. 1 показує, що втрата точності  $\Delta_R$  координат судна, отриманих методом використання ортогонального розподілу менше ніж втрата точності  $\Delta_G$  координат, розрахованих методом найменших квадратів.

### Висновки і перспектива подальшої роботи по даному напрямку

Таким чином, в даній статті розглянута оцінка втрати точності координат судна в залежності від способу їх розрахунку при надлишкових вимірах. Надалі доцільно розробити алгоритм розрахунку координат судна при надлишкових вимірах, що забезпечує мінімальну втрату точності.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Кондрашихин В.Т. Определение места судна / Кондрашихин В.Т. - М.: Транспорт, 1989. - 230с.
2. Hsu D. A. An analysis of error distribution in navigation / Hsu D. A. // The Journal of Navigation. – Vol. 32.- № 3. – P. 426 - 429.
3. Monteiro Luis. What is the accuracy of DGPS? / Sardinia Monteiro Luis, Moore Terry, Hill Chris. // J. Navig. 2005. 58, № 2, p. 207-225.

4. Алексейчук Б.М. Идентификация закона распределения погрешностей измерений / Алексейчук Б.М., Пасечнюк С.С. // Судовождение: Сб. научн. трудов. / ОНМА, Вып. 27. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С.
5. Астайкин Д.В. Оценка точности координат судна при избыточных измерениях/ Астайкин Д.В., Сикирин В.Е., Ворохобин И.И., Алексейчук Б.М. – Saarbrücken, Deutschland/Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017. – 274 с.
6. Мудров В.М. Методы обработки измерений/ Мудров В.М., Кушко В.Л. - М.: Советское радио, 1976. -192 с.
7. Бурмака И.А. Оценка эффективности обсервованных координат судна при избыточных измерениях / Бурмака И.А., Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М. // Вестник Государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова. Санкт-Петербург. – 2016. – выпуск 1 (35). – С. 24 - 29.
8. Астайкин Д.В. Идентификация законов распределения навигационных погрешностей смешанными законами двух типов / Астайкин Д.В., Алексейчук Б.М. // Автоматизация судовых технических средств: науч. -техн. сб. – 2014. – Вып. 20. Одесса: ОНМА. – С. 3 – 9.
9. Сикирин В.Е. Описание навигационных погрешностей с помощью обобщенного распределения Пуассона/ Сикирин В.Е.// Судовождение: Сб. научн. трудов. /ОНМА, Вып. 26. – Одесса: «ИздатИнформ», 2016 - С. 152 – 156.
10. Ворохобин И.И. Разработка теории и методов оценки и повышения надежности судовождения: монография / Ворохобин И.И.- Одесса: НУ «ОМА», 2019 - 308 с.