УДК 656.61.052.484 **DOI: 10.31653/2306-5761.38.2025.64-75**

DETERMINING THE EFFECTIVE COORDINATES OF A SHIP FROM THE BEARINGS AND DISTANCES OF SEVERAL LANDMARKS

ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНННИХ КООРДИНАТ СУДНА ПО ПЕЛЕНГАМ ТА ДИСТАНЦІЯМ ДЕКІЛЬКОХ ОРІЄНТИРІВ

В.М. Alieksieichuk[1], *senior lecturer,* **О. Melnyk[2],** *D.Sc., professor*

Б.М. Алєксєйчук[1], *ст. викладач,* **О. М. Мельник[2],** *д.т.н., професор*

[1] *National university "Odesa maritime academy", Ukraine*

[2] *Odesa National Maritime University, Ukraine*

[1] *Національний університет "Одеська морська академія", Україна*

[2] *Одеський національний морський університет, Україна*

ABSTRACT

This paper presents a method for determining the effective observed coordinates of a ship using bearings and distances to several landmarks, accounting for redundant measurements and assuming normally distributed errors. Accurate and continuous monitoring of a vessel's position is essential to prevent navigational accidents. Modern Electronic Chart Display and Information Systems (ECDIS) allow the determination of a ship's location from measured bearings and distances to charted landmarks. Since these measurement errors follow a normal distribution, the maximum likelihood approach coincides with the least squares method. Each measurement is expressed as a line of position (LOP) equation, for which the transfer magnitudes and gradient directions are derived from the measured values. Analytical expressions are obtained for the probability density functions of LOP errors, leading to a system of normal equations whose coefficients depend on the derived parameters. Solving these equations yields statistically optimal estimates of the vessel's coordinates. The results confirm the applicability of the proposed method for improving the positional accuracy of ECDIS and enhancing navigational safety in real-time operations.

Keywords: navigational safety, efficiency of the coordinates, lines of position, normal equations, excessive measurements.

АНОТАЦІЯ

У цій статті представлено метод визначення ефективних спостережуваних координат судна за допомогою пеленгів і відстаней до кількох орієнтирів з урахуванням надлишкових вимірювань і припущення про нормально розподілені похибки. Точний і безперервний контроль місцезнаходження судна є необхідним для запобігання навігаційним аваріям. Сучасні електронні картографічні навігаційно-інформаційні системи (ECDIS) забезпечують визначення місцеположення судна на основі виміряних пеленгів і відстаней до нанесених на карту орієнтирів. Оскільки похибки цих вимірювань мають нормальний розподіл, підхід максимальної правдоподібності збігається з методом найменших квадратів. Кожне вимірювання подається у вигляді рівняння лінії положення (LOP), для якого на основі виміряних значень визначаються величини переносу та напрямки градієнтів. Отримано аналітичні вирази для функцій густини ймовірності похибок LOP, що приводить до системи нормальних рівнянь, коефіцієнти яких залежать від отриманих параметрів. Розв'язання цих рівнянь дає статистично оптимальні оцінки координат судна. Результати підтверджують придатність запропонованого методу для

підвищення точності визначення місцеположення в ECDIS та підсилення навігаційної безпеки в режимі реального часу.

Ключові слова: навігаційна безпека, ефективність координат, лінії положення, нормальні рівняння, надлишкові вимірювання.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими або практичними завданнями

Процес судноводіння потребує безперервного контролю місця судна із завданою точністю з метою запобігання навігаційної аварійності. Для забезпечення завданої точності використовуються надлишкові лінії положення (ЛП), випадкові похибки яких можуть бути розподілені по нормальному закону.

У сучасних ЕКНІС передбачена можливість визначення місця судна за пеленгами та дистанціями до орієнтирів на електронній карті. Так як похибки виміру пеленгу і дистанції розподілені за нормальним законом, то методом максимальної правдоподібності є метод найменших квадратів, за допомогою якого розраховуються обсервовані координати. Однак для такого розрахунку потрібно кожен вимір подати відповідним рівнянням лінії положення, тому слід за виміряними значеннями пеленгів та дистанцій до орієнтирів з відомими координатами знайти величини перенесень та напрямків градієнтів ліній положення. Після цього провадиться розрахунок ефективних координат судна.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і виділення невирішених раніше частини загальної проблеми

Багато робіт по тематиці безпеки мореплавання присвячені проблемі забезпечення точності судноводіння.

Питанням, які пов'язанні із забезпеченням точності судноводіння апаратними засобами, присвячені роботи [1-5].

Аналіз сигналу Galileo E1 та його залежності від різних типів збурень представлені у статті [1]. В ній показано, що проводилося моделювання хаотичних імпульсних збурень, білого шуму і вузькосмугових збурень та виявлено вплив цих чинників на сигнал E1.

Для цих типів збурень були одержані спектральні структури, які були включені в сигнал E1 з використанням програмного продукту Matlab. В роботі також показано, що використовувався фільтр Калмана для фільтрації білого шуму з сигналу E1. Результати цієї роботи можуть бути використані при розробці приймачів та технічних пристроїв підвищеної надійності, які здатні протистояти цим типам збурень.

Робота [2] присвячена аналізу моделі оцінки відповідності точності визначення координат глобальної супутникової навігаційної системи (GNSS) існуючим вимогам. В роботі також запропоновано розробку моделі накопичення необхідного об'єму спостережень похибок положення об'єкту, які виникають від різних типів збурень навколишнього середовища і мають вплив на точність визначення позиції.

Приводиться демонстрація розглянутої в роботі моделі для полярного регіону, причому використовуються виміряні псевдодальності GNSS на опорній станції мережі Міжнародної служби GNSS Iqualuit в Канаді.

У роботі [3] представлено розробку моделі руху літального апарату в геоцентричній системі координат (ECEF – Earth-Centered, Earth-Fixed), яка може бути використана для досліджена точність радіонавігаційних систем. Для розробки представленої моделі було використано математичний опис руху літального об'єкта у геоцентричній системі координат.

В статті також приведено опис процедури комп'ютерного моделювання програмним продуктом Matlab руху літального апарату з використанням геоцентричної системи координат.

У роботі [4] розглянуто нову концепцію збору батиметричних даних (систему CSB), яка полягає в процедурі збирання та використання інформації про метеорологічні дані, які отримані дослідницькими суднами, що оснащені відповідними приладами і виконують стандартні операції у морі.

Дані, які були зібрані за допомогою системи CSB є цінним доповненням до наявних даних, що зібрані гідрографічними роботами. В роботі також наведено відмінності між гідрографічною зйомкою та CSB і аналізуються чинники, які впливають на безпеку судноплавства.

Опису випадкової фази сигналу E6 супутникової навігаційної системи Galileo присвячено роботу [5], в якій було розроблено математичні моделі вимірювальних сигналів системи Галілео, використовуючи наявну інформацію.

Приведена візуалізація структури для деяких сигналів та визначена їх частота. Причому в статті також представлена блок-схема генерації таких сигналів і розроблено фазову модель E6 сигналу від системи Galileo.

В роботі приведено результати моделювання, яке показало, що сигнал E6, що приймається з супутника, характеризується нестабільною частотою, яка являється стаціонарним процесом. Як показали результати моделювання, ефект Доплера має значний вплив на випадкову фазу сигналу E6, що впливає на точність навігаційних вимірювань за цим сигналом. Результати проведеного моделювання випадкової фази сигналу E6 можуть бути використані для оцінки стійкості системи Galileo до збурень.

В даних роботах розглянуто основні фактори, які впливають на стабільність радіонавігаційних систем і на точність визначення координат об'єктів-споживачів.

Стохастичні спостереження, як правило, супроводжуються знаннями щодо їхньої поведінки, що показано у роботі [6]. Сучасні комп’ютерні програми на етапі навчання використовують необроблені набори даних. На цьому етапі досліджуються доступні дані з метою визначення параметрів, необхідних для обчислення схеми логічного висновку.

Виявлення умовних залежностей проводиться під час початкової обробка даних. Перш за все проводиться оновлення гістограм і оцінки їх невизначеності. Принципами нечітких систем визначається модифікована ступінчаста структура, представлена локально ін'єктивними функціями густини, які практично являються діаграмами умовних залежностей з ідентифікованою невизначеністю, що дає змогу сформувати базові вірогідності призначення.

З початкових необроблених даних визначаються показники невизначеності, правдоподібності та вірогідності. Також розглядається проблема структур переконань, які модернізовані із моделі невизначеності, для вирішення проблеми фіксації позиції.

У роботах [7, 8] приведено статистичні дані похибок вимірювань навігаційних параметрів, які отримані шляхом натурних спостережень, аналіз який показав, що розподіл похибок не завжди підкоряється нормальному закону. Показано відмінності розподілу похибок від нормального закону.

Ортогональне розкладання щільності розподілу похибок навігаційних вимірів, яке застосовується для вирішення задачі визначення місця судна в разі наявності надмірних вимірів запропоновано у роботі [9].

В роботі [10] приведено аналіз даних по точності визначення місця судна за допомогою супутникової навігаційної системи, який показує, що припущення про розподіл похибок

вимірювання широти та довготи за нормальним законом не підтверджується, чим зумовлюється необхідність використання інших законів розподілу.

Застосування узагальненого закону розподілу Пуассона для опису залежних випадкових величин вимірювань розглянуто у роботах [11,12].

Робота [13] присвячена аналізу змішаних законів двох типів і їх використанню для характеристики випадкових навігаційних похибок вимірювань, а, як показано в роботі [14], похибки вимірювань відстаней та пеленгів з допомогою РЛС часто мають розподіл по змішаним законам першого та другого типу, але відсутній аналіз, як від цього залежить точність визначення місця судна.

У роботі [15] досліджено питання точності координат визначення місця судна, розрахованих методом найменших квадратів, у разі наявності надмірних ліній положення. Причому показано вплив суттєвих чинників на точність координат визначення місця судна.

В роботі [16] розглянуто геометричний фактор, що визначається кількістю та взаємним розташуванням ЛП, і від якого залежить значення дисперсії обсервації. Приведено аналітичні вирази для дисперсії обсервації в разі розподілу похибок вимірювання навігаційних параметрів по нормальному закону та по змішаним законам першого і другого типу. Також проведено аналіз можливості покращання точності визначення місця судна використанням додаткових ліній положення та мінімізацією геометричного фактору.

Як показано в роботах [17, 18], в ситуаціях, коли закон розподілу похибок вимірювань відрізняється від нормального, то використання методу найменших квадратів для розрахунку значень обсервованих координат судна не забезпечує їх ефективні оцінки.

В роботі [19] приведено результати дослідження використання розрахованих поправок станції в районі порту Щецін при застосуванні системи DGPS, яке підтвердило доцільність їх урахування при визначені позиції судна. Показано, що одержані результати сприяють більш ефективному використанню системи DGPS при навігації в районі порту Щецін.

В роботі [20] показано, що під час шторму існують навігаційні обмеження для входу судна в гавань, що знаходиться на відкритому морському побережжі. Причиною цьому являється те, що для судна, яке входить в гавань, в умовах шторму виникає небезпека зіткнення з хвилеломом через небезпечні зміщення відносно програмної траєкторії. Запропоновані індекси оцінки безпеки входу в гавань, які базуються на проведених натурних дослідженнях траєкторій руху судна..

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Метою роботи являється розробка способу визначення ефективних обсервованих координат по виміряних пеленгам та дистанціям декількох орієнтирів в разі розподілу похибок вимірювання по нормальному закону.

Виклад матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів

У сучасних ЕКНІС передбачена можливість визначення місця судна за пеленгами та дистанціями до орієнтирів на електронній карті. Необхідну точність обсервації можна забезпечити надмірними вимірами навігацих параметрів, і розрахунок обсервованих координат провадиться методом максимальної правдоподібності. Так як похибки виміру пеленгу і дистанції розподілені за нормальним законом, то методом максимальної правдоподібності є метод найменших квадратів, за допомогою якого розраховуються обсервовані координати. Однак для такого розрахунку потрібно кожен вимір подати відповідним рівнянням лінії положення, тому слід за виміряними значеннями пеленгів та дистанцій до орієнтирів з відомими координатами знайти величини перенесень та напрямків

градієнтів ліній положення. Після цього провадиться розрахунок ефективних координат судна.

Розглянемо рівняння ліній положення для випадків виміряних пеленгу та дистанції до орієнтирів на електронній карті, координати яких відомі.

Позначимо координати орієнтирів електронної картки φ_{ki} та λ_{ki}. Припустимо, що точка положення судна, що зчислюється, має координати φ_c і λ_c. Як опорну вибираємо прямокутну систему координат OXY з початком в точці $M_c(\varphi_c, \lambda_c)$, що злічується, як показано на рис. 1.

Положення орієнтирів електронної карти в цій системі координат задамо прямокутними координатами X_{ki} та Y_{ki}. Причому очевидно:

$$X_{ki} = \varphi_{ki} - \varphi_c \quad ; \quad Y_{ki} = (\lambda_{ki} - \lambda_c)/\cos\varphi_c \cdot$$

Відомо, що похибка лінії положення ξ_i, як функція координат X і Y, визначається наступним виразом [12]:

$$\xi_i = X\sin\alpha_i + Y\cos\alpha_i - r_{oi},$$

де α_i і r_{oi} - відповідно напрям градієнта параметра та перенесення.

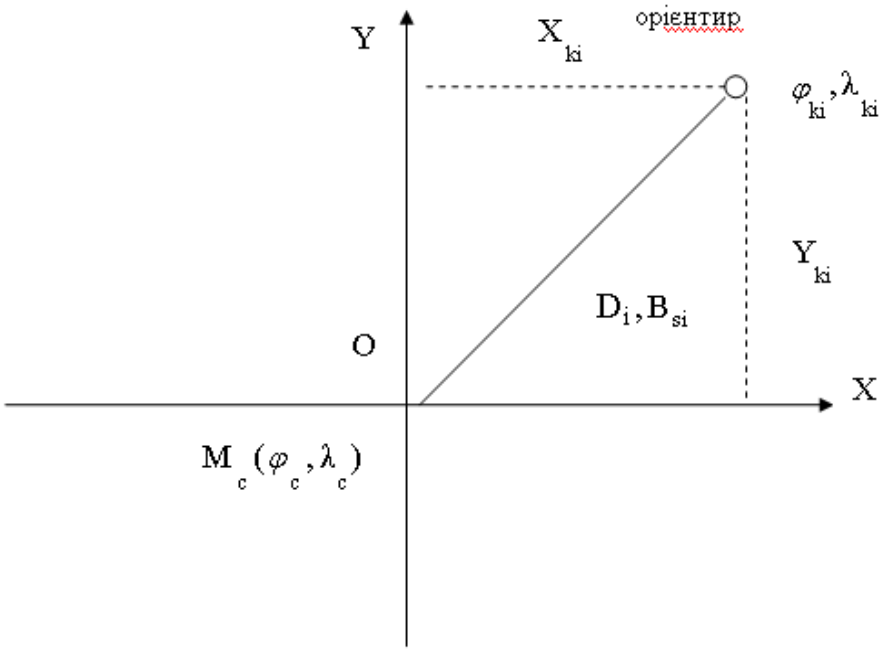

Рис. 1. Положення орієнтиру у системі координат OXY

Знайдемо вирази α_i і r_{oi} для навігаційних параметрів пеленгу та відстані. Модуль градієнта навігаційного параметра визначається різницею між його виміряним і значенням, що обчислюються, у напрямку. Для пеленгу перенесення r_{bi} визначається наступним виразом:

$$r_{bi} = (B_{oi} - B_{si})D_i,$$

де B_{oi} і B_{si} - відповідно виміряний та обчислюваний пеленг;

D_i - дистанція до орієнтиру.

У свою чергу, величини B_{si} і D_i розраховуються, виходячи зі значень координат орієнтиру X_{ki} і Y_{ki}, причому:

$$D_i = \sqrt{X_{ki}^2 + Y_{ki}^2},$$

$$B_{si} = \begin{cases} \arcsin\dfrac{X_{ki}}{D_i}, \text{ if } X_{ki} > 0, Y_{ki} > 0; \\ 2\pi + \arcsin\dfrac{X_{ki}}{D_i}, \text{ if } X_{ki} < 0, Y_{ki} > 0; \\ \pi - \arcsin\dfrac{X_{ki}}{D_i}, \text{ if } Y_{ki} < 0; \end{cases}$$

Перенесення відстані r_{di} виражається так:

$$r_{di} = D_{oi} - D_{si},$$

де D_{oi} і D_{si} - відповідно виміряна відстань і відстань, що обчислюється.

Напрямок градієнта пеленгу α_{bi}, як випливає з рис.2, визначається з виразу:

$$\alpha_{bi} = \begin{cases} B_{oi} + \pi/2, \text{if } r_{bi} > 0; \\ B_{oi} - \pi/2, \text{if } r_{bi} < 0. \end{cases}$$

Аналогічно, напрям градієнта відстані α_{di}, як свідчить рис.2, обчислюється за такою формулою:

$$\alpha_{di} = \begin{cases} B_{si}, \text{if } r_{di} > 0; \\ B_{si} + \pi, \text{if } r_{di} < 0. \end{cases}$$

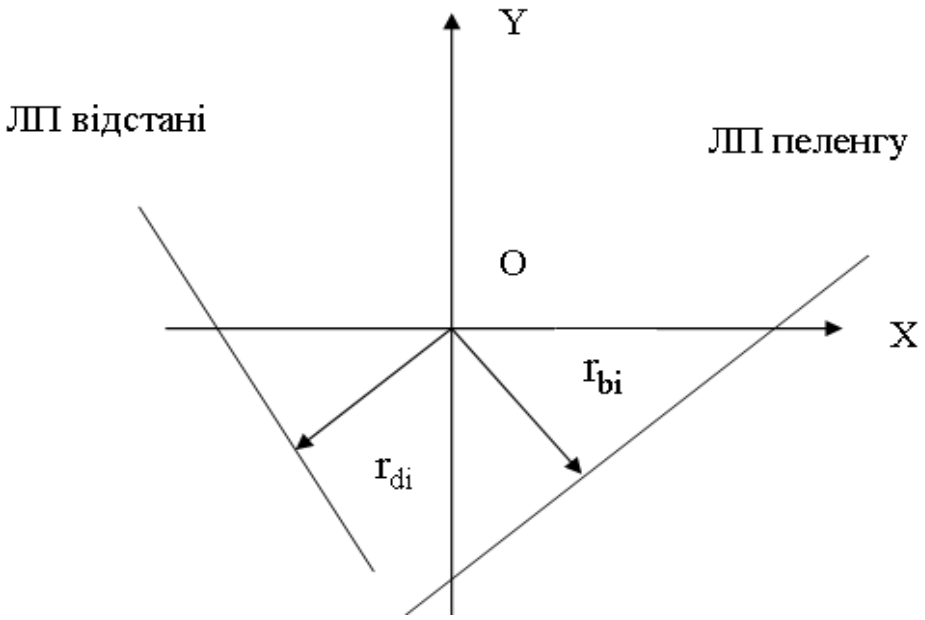

Рис. 2. До визначення напрямків градієнтів пеленгу α_{bi} *та відстані* α_{di}

Таким чином, похибки ЛП пеленгу ξ_{bi} та відстані ξ_{di} виражаються таким чином:

$$\xi_{bi} = X\sin\alpha_{bi} + Y\cos\alpha_{bi} - r_{bi},$$

$$\xi_{di} = X\sin\alpha_{di} + Y\cos\alpha_{di} - r_{di}.$$

Розглянемо визначення ефективних збільшень координат X та Y, що мають мінімальну дисперсію. Якщо позначити похибки вимірювання дистанції через m_d і пеленгу через m_b, то очевидні такі рівності:

$$\xi_{di} = m_d, \qquad \xi_{bi} = D_i m_b. \tag{1}$$

Припустимо, похибки вимірювання дистанції m_d та пеленгу m_b мають нормальний розподіл із щільностями:

$$\tilde{f}_b(m_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b}\exp(-\frac{m_b^2}{2\sigma_b^2}), \quad \tilde{f}_d(m_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d}\exp(-\frac{m_d^2}{2\sigma_d^2}),$$

де σ_b^2 і σ_d^2 - дисперсії похибок вимірювання відповідно пеленгу та дистанції.

З урахуванням виразу (1) щільності розподілу похибок ЛП пеленгу $f_b(\xi_{bi})$ та відстані $f_d(\xi_{di})$ відповідно і також є нормальними і мають такі вирази:

$$f_d(\xi_{di}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d}\exp(-\frac{m_d^2}{2\sigma_d^2}), \quad f_b(\xi_{bi}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b D_i}\exp(-\frac{m_b^2}{2D_i^2\sigma_b^2}).$$

У загальному вигляді рівняння правдоподібності мають такий вигляд [12]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\sin\alpha_i \dfrac{\dfrac{\partial}{\partial\xi_i}f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}\cos\alpha_i \dfrac{\dfrac{\partial}{\partial\xi_i}f_i(\xi_i)}{f_i(\xi_i)} = 0, \end{cases}$$

$$\xi_i = X\sin\alpha_i + Y\cos\alpha_i - r_i.$$

У разі нормального розподілу щільності похибок ЛП рівняння правдоподібності набувають вигляду [12]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\sin\alpha_i \dfrac{\xi_i}{\sigma_i^2} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}\cos\alpha_i \dfrac{\xi_i}{\sigma_i^2} = 0, \end{cases}$$

$$\xi_i = X\sin\alpha_i + Y\cos\alpha_i - r_i.$$

Якщо врахувати, що при надмірних вимірах можуть ЛП як пеленга, так і відстані, то останній вираз набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n1} \sin\alpha_{di}(-\frac{\xi_{di}}{\sigma_{di}^2}) + \sum_{i=1}^{n2} \sin\alpha_{bi}(-\frac{\xi_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}) = 0, \\ \sum_{i=1}^{n1} \cos\alpha_{di}(-\frac{\xi_{di}}{\sigma_{di}^2}) + \sum_{i=1}^{n2} \cos\alpha_{bi}(-\frac{\xi_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}) = 0, \end{cases}$$

$$\xi_{di} = X\sin\alpha_{di} + Y\cos\alpha_{di} - r_{di},$$

$$\xi_{bi} = X\sin\alpha_{bi} + Y\cos\alpha_{bi} - r_{bi},$$

де n1 і n2 - відповідно число ЛП відстані та пеленгу.

Підставляючи вирази і рівняння вихідної системи, отримаємо:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}(X\sin\alpha_{di} + Y\cos\alpha_{di} - r_{di}) + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}(X\sin\alpha_{bi} + Y\cos\alpha_{bi} - r_{bi}) = 0, \\ \sum_{i=1}^{n1} \frac{\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}(X\sin\alpha_{di} + Y\cos\alpha_{di} - r_{di}) + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}(X\sin\alpha_{bi} + Y\cos\alpha_{bi} - r_{bi}) = 0. \end{cases}$$

Перше рівняння у розгорнутому вигляді виглядає так:

$$X\sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin^2\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} + Y\sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} - \sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} r_{di} +$$

$$+ X\sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin^2\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2} + Y\sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2} - \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2} r_{bi} = 0, \text{ або}$$

$$X(\sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin^2\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin^2\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}) + Y(\sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}) -$$

$$- \sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} r_{di} - \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2} r_{bi} = 0.$$

Позначимо $A = \sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin^2\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin^2\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}$, $B = \sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}$,

$C = \sum_{i=1}^{n1} \frac{\sin\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2} r_{di} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{\sin\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2} r_{bi}$. Тому перше рівняння вихідної системи набуває вигляду:

$$AX + BY - C = 0.$$

Аналогічно друге рівняння вихідної системи можна у розгорнутому вигляді:

$$X\sum_{i=1}^{n1}\frac{\sin\alpha_{di}\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}+Y\sum_{i=1}^{n1}\frac{\cos\alpha_{di}^2}{\sigma_{di}^2}-\sum_{i=1}^{n1}\frac{\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}r_{di}+$$

$$+X\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}\sin\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}+Y\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}^2}{D_i^2\sigma_{bi}^2}-\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}r_{bi}=0\text{, або}$$

$$X(\sum_{i=1}^{n1}\frac{\sin\alpha_{di}\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}+\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}\sin\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2})+Y(\sum_{i=1}^{n1}\frac{\cos\alpha_{di}^2}{\sigma_{di}^2}+\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}^2}{D_i^2\sigma_{bi}^2})-$$

$$-\sum_{i=1}^{n1}\frac{\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}r_{di}-\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}r_{bi}\,.$$

Позначимо $D=\sum_{i=1}^{n1}\frac{\cos\alpha_{di}^2}{\sigma_{di}^2}+\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}^2}{D_i^2\sigma_{bi}^2}$, $E=\sum_{i=1}^{n1}\frac{\cos\alpha_{di}}{\sigma_{di}^2}r_{di}+\sum_{i=1}^{n2}\frac{\cos\alpha_{bi}}{D_i^2\sigma_{bi}^2}r_{bi}$.

Тому друге рівняння вихідної системи набуває вигляду:

$$BX+DY-E=0.$$

Очевидно, вихідна система рівнянь набуває вигляду:

$$\begin{cases}AX+BY=C,\\BX+DY=E,\end{cases}$$

вирішуючи яку отримаємо значення X та Y, що є ефективними оцінками прирощень координат, тобто $\Delta X_c=X$, $\Delta Y_c=Y$, причому:

$$\Delta X_c=\frac{CD-BE}{AD-B^2},\qquad \Delta Y_c=\frac{AE-BC}{AD-B^2}.$$

Очевидно, обсервовані координати φ_o і λ_o визначаються виразами:

$$\varphi_o=\varphi_c+\Delta X_c,\qquad \lambda_o=\lambda_c+\Delta Y_c\cos\varphi_c,$$

де φ_c і λ_c - координати судна, що числяться.

Таким чином, якщо в ЕКНІС реалізувати наведений алгоритм розрахунку обсервованих координат, вимірюючи пеленги і дистанції до орієнтирів електронної карти і використовуючи зазначений алгоритм, можна забезпечити необхідну точність судноводіння.

Висновки і перспектива подальшої роботи по даному напрямку

1. Запропоновано спосіб визначення ефективних обсервованих координат по виміряних пеленгам та дистанціям декількох орієнтирів в разі розподілу похибок вимірювання по нормальному закону.

2. Одержані аналітичні вирази для розрахунку ефективних обсервованих координат судна по пеленгам та дистанціям декількох орієнтирів при надмірних вимірах для нормального закону розподілу їх похибок.

3. Показана доцільність застосування запропоновано способу при розробці сучасних ЕКНІС.

Надалі доцільне дослідження питання визначення ефективних обсервованих координат по виміряних пеленгам та дистанціям декількох орієнтирів, якщо закон розподілу похибок вимірювання відрізняється від нормальному закону.

ЛІТЕРАТУРА

[1] M. Džunda, S. Čikovský and L. Melniková. "Model of the Signal of the Galileo Satellite Navigation System", TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation, vol. 17, no. 1, doi: 10.12716/1001.17.01.04, pp. 51-59, 2023.

[2] E. Malić, N. Sikirica, D. Špoljar and R Filjar. "A Method and a Model for Risk Assessment of GNSS Utilisation with a Proof-of-Principle Demonstration for Polar GNSS Maritime Applications", TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.03, pp. 43-50, 2023.

[3] M. Džunda. "Model of the Motion of a Navigation Object in a Geocentric Coordinate System", TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation, vol. 15, no. 4, doi:10.12716/1001.15.04.10, pp. 791-794, 2021.

[4] I. Pavić, J. Mišković, J. Kasum and D. Alujević. "Analysis of Crowdsourced Bathymetry Concept and It's Potential Implications on Safety of Navigation", TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation, vol. 14, no. 3, doi:10.12716/1001.14.03.21, pp. 681-686, 2020.

[5] M. Džunda, S. Čikovský and L. Melniková. "Model of the Random Phase of Signal E6 of the Galileo Satellite Navigation System", TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.05, pp. 61-68, 2023.

[6] W. Filipowicz. "Position Fixing and Uncertainty", TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation, vol. 17, no. 4, doi:10.12716/1001.17.04.15, pp. 887-893, 2023.

[7] D. A. Hsu, "An analysis of error distribution in navigation", The Journal of Navigation, Vol. 32, no. 3. pp. 426 - 429, 2003.

[8] В.Т. Кондрашихін, *Визначення місця судна*. Транспорт, 1989.

[9] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and I. Fusar, "Application of Orthogonal Decomposition of Mixed Laws' Density Distribution of Navigational Measurement Errors", In the 25th International Scientific Conference Transport Means 2021 Sustainability: Research and Solutions, 06.10, 2021, pp. 477-481.

[10] Luis Monteiro, "What is the accuracy of DGPS?", J. Navig. vol. 58, no. 2, pp. 207-225, 2005.

[11] В.Є. Сікірін, "Опис навігаційних похибок за допомогою узагальненого розподілу Пуассона ", Судноводіння, Вип. 26. С. 152 – 156, 2016.

[12] Д.В Астайкін., В.Е Сікірін., І.І. Ворохобін. и Б.М Алєксєйчук, «Оцінка точності координат судна за наявності надлишкових вимірювань». Saarbrucken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017.

[13] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and V. Severin, "Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements", In the 24th International Scientific

Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 707-711.

[14] D. Astaykin, A. Golikov, A. Bondarenko, O. Bulgakov, "The Effectiveness of Ship's Position Using the Laws of Distribution of Errors in Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 662-666.

[15] І.О. Бурмака, Б.М Алєксєйчук, "Точність координат визначення місця судна, розрахованих методом найменших квадратів, у разі надмірних вимірів", Судноводіння, Вип. 35, DOI: 10.31653/2306-5761.35.2023.10-21, С. 10-21, 2023.

[16] Б.М. Алєксєйчук, "Залежність точності обсервації від суттєвих чинників та шляхи її покращання", Судноводіння, Вип. 36, DOI: 10.31653/2306-5761.36.2024.10-19, сс. 10-19, 2024.

[17] В.М. Мудров, В.Л. Кушко, Методи обробки вимірів, 1976.

[18] В.В. Степаненко. "Ефективність оцінки параметрів ситуації небезпечного зближення суден", Судноводіння, Вип. 2, С. 201 – 209, 2000.

[19] R. Bober, P. Grodzicki, Z. Kozlowski and A.Wolski, "The DGPS system improve safety of navigation within the port of Szczecin", In the 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 23.05, 2005, pp. 192-194.

[20] Kubo Masayoshi, Sakakibara Shigeki, Hasegawa Yoshimi and Nagaoka Tadao."Research of method of calculation of probability of collision of ship with the rectangular bull of bridge at tearing down by wind and flow", Jap. Inst. Navig. no. 104, pp. 225-233, 2001.

REFERENCES

[1] Džunda M., Čikovský S. and Melniková L. "Model of the Signal of the Galileo Satellite Navigation System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi: 10.12716/1001.17.01.04, pp. 51-59, 2023.

[2] Malić E., Sikirica N., Špoljar D. and Filjar R. "A Method and a Model for Risk Assessment of GNSS Utilisation with a Proof-of-Principle Demonstration for Polar GNSS Maritime Applications", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.03, pp. 43-50, 2023.

[3] Džunda M. "Model of the Motion of a Navigation Object in a Geocentric Coordinate System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 15, no. 4, doi:10.12716/1001.15.04.10, pp. 791-794, 2021.

[4] Pavić I., Mišković J., Kasum J. and Alujević D. "Analysis of Crowdsourced Bathymetry Concept and It's Potential Implications on Safety of Navigation", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 14, no. 3, doi:10.12716/1001.14.03.21, pp. 681-686, 2020.

[5] Džunda M., Čikovský S. and Melniková L. "Model of the Random Phase of Signal E6 of the Galileo Satellite Navigation System", *TransNav, International journal on marine navigation and safety of sea transportation*, vol. 17, no. 1, doi:10.12716/1001.17.01.05, pp. 61-68, 2023.

[6] W. Filipowicz. "Position Fixing and Uncertainty", *TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, vol. 17, no. 4, doi:10.12716/1001.17.04.15, pp. 887-893, 2023.

[7] D. A. Hsu, "An analysis of error distribution in navigation", *The Journal of Navigation*, Vol. 32, no. 3. pp. 426 - 429, 2003.

[8] V.T. Kondrashikhin *Location of ship*. Transport, 1989.

[9] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and I. Fusar, "Application of Orthogonal Decomposition of Mixed Laws' Density Distribution of Navigational Measurement Errors", In the 25th International Scientific Conference Transport Means 2021 Sustainability: Research and Solutions, 06.10, 2021, pp. 477-481.

[10] Luis Monteiro, "What is the accuracy of DGPS?", *J. Navig.* vol. 58, no. 2, pp. 207-225, 2005.

[11] V.E. Sikirin, "Description of navigation errors by the generalized distributing of Puasson", *Sudnovonnya*, Vyp. 26. - pp. 152 – 156, 2016.

[12] D.V. Astayrin., V.E. Sikirin, I.I. Vorokhobin and B.M. Alekseychuk, *Estimation of exactness of coordinates of ship at the surplus measuring*. Saarbrucken, Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2017.

[13] I. Vorokhobin, O. Haichenia, V. Sikirin and V. Severin, "Determination of the Law of Probability Distribution of Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 707-711.

[14] D. Astaykin, A. Golikov, A. Bondarenko, O. Bulgakov, "The Effectiveness of Ship's Position Using the Laws of Distribution of Errors in Navigation Measurements", In the 24th International Scientific Conference Transport Means 2020 Sustainability: Research and Solutions, 30.09,2020, pp. 662-666.

[15] I.O. Burmka, B.M. Alekseychuk "Accuracy of the coordinates of the ship's designated place, calculated by the least squares method, in the times of overworldly worlds" *Sudnovodinya*, Vyp. 35, DOI: 10.31653/2306-5761.35.2023.10-21, pp. 10-21, 2023.

[16] B.M. Aliyeksiyeychuk, "Dependence of observation accuracy on significant factors and ways to improve it", *Sudnovodinnya*, Vyp.36, DOI: 10.31653/2306-5761.36.2024.10-19, pp. 10-19, 2024.

[17] V.M. Mudrov, V.L. Kushko. *Methods of treatment of measurings*, 1976.

[18] V.V. Stepanenko. "Efficiency of assessing the parameters of the situation of dangerous approach of ships", *Sudnovodinnya*, Vyp. 2, pp. 201 – 209, 2000.

[19] R. Bober, P. Grodzicki, Z. Kozlowski and A.Wolski, "The DGPS system improve safety of navigation within the port of Szczecin", In the 12 Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 23.05, 2005, pp. 192-194.

[20] Kubo Masayoshi, Sakakibara Shigeki, Hasegawa Yoshimi and Nagaoka Tadao."Research of method of calculation of probability of collision of ship with the rectangular bull of bridge at tearing down by wind and flow", *Jap. Inst. Navig.* no. 104, pp. 225-233, 2001.